ПОЛИТЕХ
Институт прикладной математики и механики

Разработка быстрого алгоритма для составления расписания шлюзованного участка судоходного канала

Выполнил студент гр. 63601/3 Александров А.Д.
Руководитель к.ф.-м.н., доц. Ануфриев И.Е.

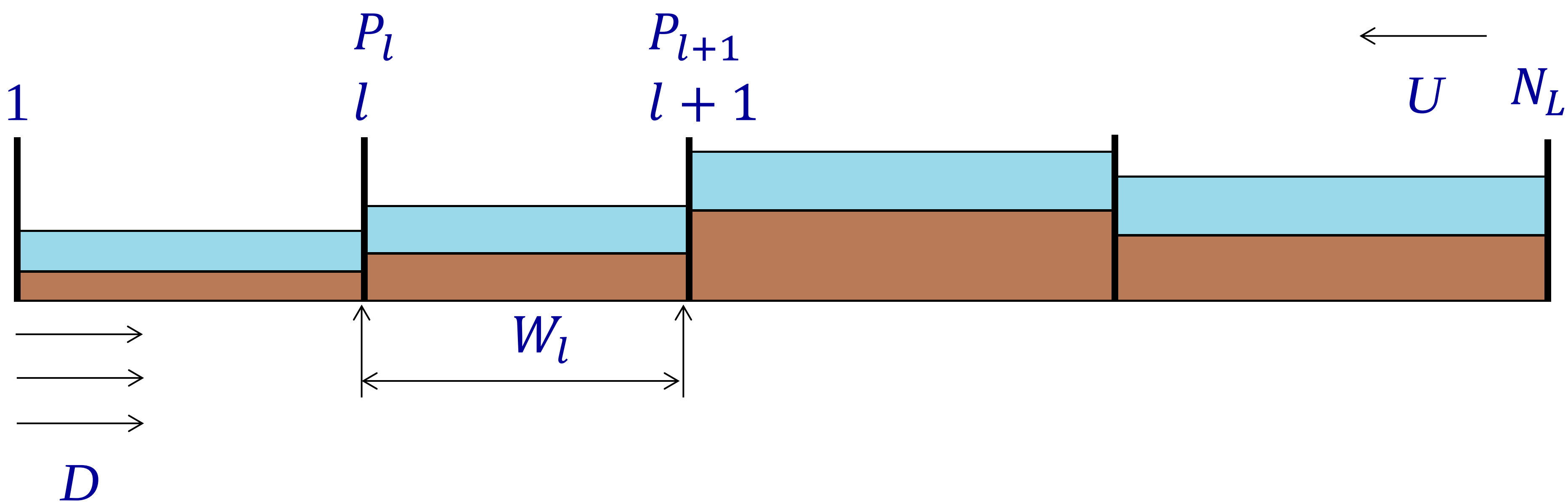
Описание задачи

Состояние проблемы

1. Стальмаков В.А. Параллельный генетический алгоритм для решения задачи составления расписания прохождения судов через шлюзованные системы и его верификация / Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. - 2014. - №1(23). - С. 93-102.
2. Petersen E. R. and Taylor A. J., An optimal scheduling system for the Welland Canal / Transportation Science, 22:173–185, 1988.
3. Verdtichel J., The lock scheduling problem / Arenberg doctoral school, 2013.
4. Passchyn W., Briskorn D., Mathematical programming models for scheduling locks in sequence / Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems, 42:92-106, 2014.

Постановка задачи

N_L –количество шлюзов
N_S – количество судов



A_s – время прибытия s-го корабля к началу канала
V_S^{min} – минимальная скорость движения s-го корабля
V_S^{max} – максимальная скорость движения s–го корабля
P_l – время шлюзования в l-ом шлюзе

Задача оптимизации

$$x_{s,l,t} \in \{0,1\}, \qquad (1)$$

$$s \in S = \{1 \dots N_S\}, \qquad l \in L = \{1 \dots N_L\}, \qquad t \in T = \{1 \dots N_T\}$$

Целевая функция

$$\sum_{s \in S} F_s = \sum_{s \in S} (C_s - A_s) \to min, \qquad (2)$$

где

$$\forall s \in U: \quad C_s = \sum_{t \in T} \left(t x_{s,1,t} + P_1 \right) \qquad (3)$$

$$\forall s \in D: \quad C_s = \sum_{t \in T} \left(t x_{s,N_L,t} + P_{N_L} \right) \qquad (4)$$

Ограничения

$$\sum_{t=A_s}^{N_T-P_1} x_{s,l,t} = 1, \qquad \forall s \in U, l \in L \tag{5}$$

$$\sum_{t=A_s}^{N_T-P_L} x_{s,l,t} = 1, \qquad \forall s \in D, l \in L \tag{6}$$

$$\sum_{t\in T} t x_{s,l,t} - \sum_{t\in T} t x_{s,l+1,t} \geq P_{l+1} + \frac{1}{V_s^{max}} W_l, \forall s \in U, \forall l \in L \backslash \{N_L\} \tag{7}$$

$$\sum_{t\in T} t x_{s,l,t} - \sum_{t\in T} t x_{s,l-1,t} \geq P_{l-1} + \frac{1}{V_s^{max}} W_{l-1}, \forall s \in D, \forall l \in L \backslash \{1\} \tag{8}$$

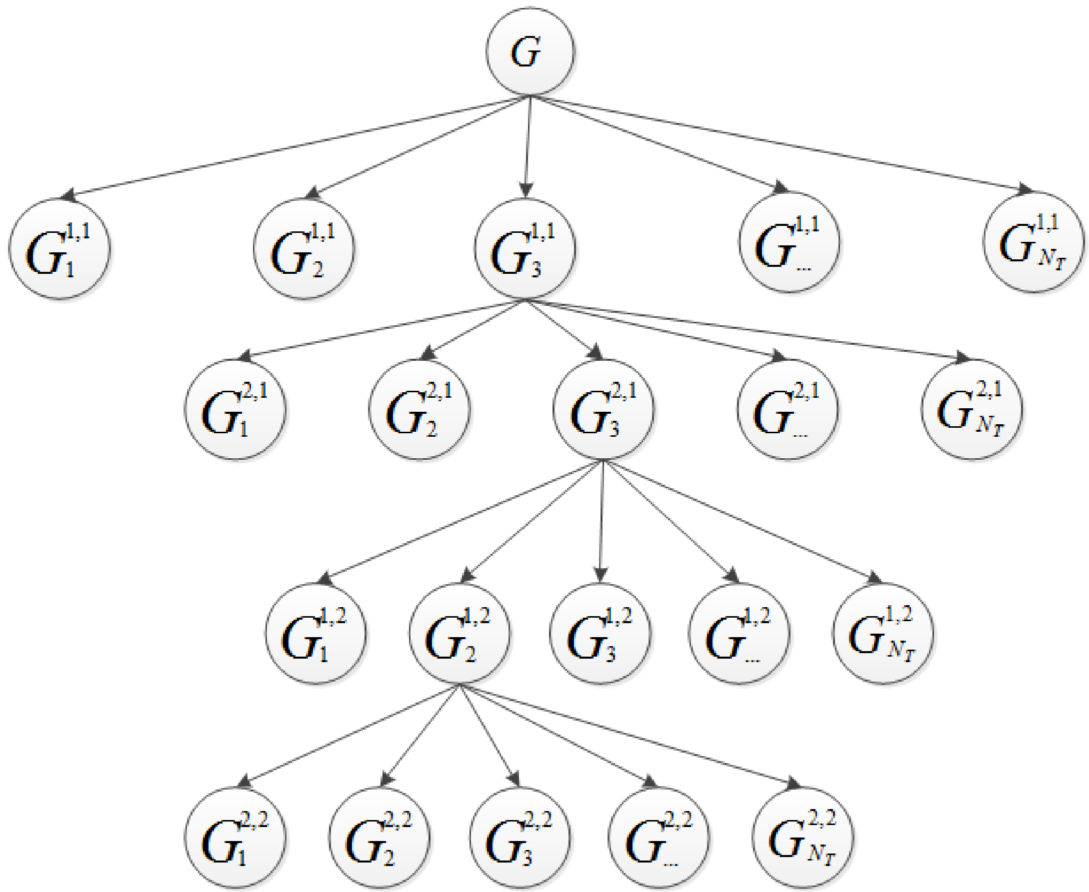
$$x_{s_1,l,t} + \sum_{\tau=t-P_l+1}^{t+P_l-1} x_{s_2,l,\tau} \leq 1, \forall l \in L, s_1 \in U, s_2 \in D, t \in T \tag{9}$$

$$x_{s_1,l,t} + \sum_{\tau=t-2P_l+1}^{t-1} x_{s_2,l,\tau} + \sum_{\tau=t+1}^{t+2P_l-1} x_{s_2,l,\tau} \leq 1, \forall l \in L, s_1 \in U, s_2 \in U, t \in T \tag{10}$$

$$x_{s_1,l,t} + \sum_{\tau=t-2P_l+1}^{t-1} x_{s_2,l,\tau} + \sum_{\tau=t+1}^{t+2P_l-1} x_{s_2,l,\tau} \leq 1, \forall l \in L, s_1 \in D, s_2 \in D, t \in T \tag{11}$$

Быстрый алгоритм составления оптимального расписания

- 1-я эвристика. Каждый корабль пройдет каждый шлюз ровно один раз.



Быстрый алгоритм составления оптимального расписания

- 2-я эвристика. Ограничения на расстояние

Рассмотрим множество $G^{s,l}_{\mu(s,l)}$.

Пусть

$$\tau = P_l + \frac{W_l}{V_s^{max}} \qquad (12)$$

$G^{s,l}_{\mu(s,l)}$ разбивается на $N_t - \mu(s,l) - \tau$ подмножеств.

Быстрый алгоритм составления оптимального расписания

- 3-я эвристика. Ограничения на встречные и попутные корабли.

$Time_t^{s,l}$ - множества свободных временных индексов, $\left|Time_t^{s,l}\right| = N_T$.

$$\begin{cases} Time_t^{s,l}(i) = 0, \text{ если шлюз в момент времени } i \text{ свободен.} \\ Time_t^{s,l}(i) = 1, \text{ если шлюз в момент времени } i \text{ занят.} \\ Time_t^{s,l}(i) = 2, \text{ если шлюзование в момент времени } i \\ \qquad \text{запрещено судам из множества } U. \\ Time_t^{s,l}(i) = 3, \text{ если шлюзование в момент времени } i \\ \qquad \text{запрещено судам из множества } D. \end{cases} \quad (13)$$

Рассмотрим $s \in U$

$$Time_{\mu(s,l),r}^{s+1,l}(\tau) = 1, \tau \in [r, r + P_l] \quad (14)$$

$$Time_{\mu(s,l),r}^{s+1,l}(\tau) = 2, \tau \in [r - 2P_l + 1, r - 1] \quad (15)$$

$$Time_{\mu(s,l),r}^{s+1,l}(\tau) = 2, \tau \in [r + P_l + 1, r + 2P_l - 1] \quad (16)$$

Оценка нижней границы

Предположим, для корабля $s \in S$ известно, в какой момент времени он прошел шлюз $l^* \in L$.

$$E\left(G_t^{s,l^*}\right) = \sum_{t \in T} tx_{s,l^*,t} + \sum_{l \in L, l > l^*} P_l + \sum_{l \in L, l \geq l^*, l \neq N_L} \frac{W_l}{V_s^{max}}, \qquad (17)$$

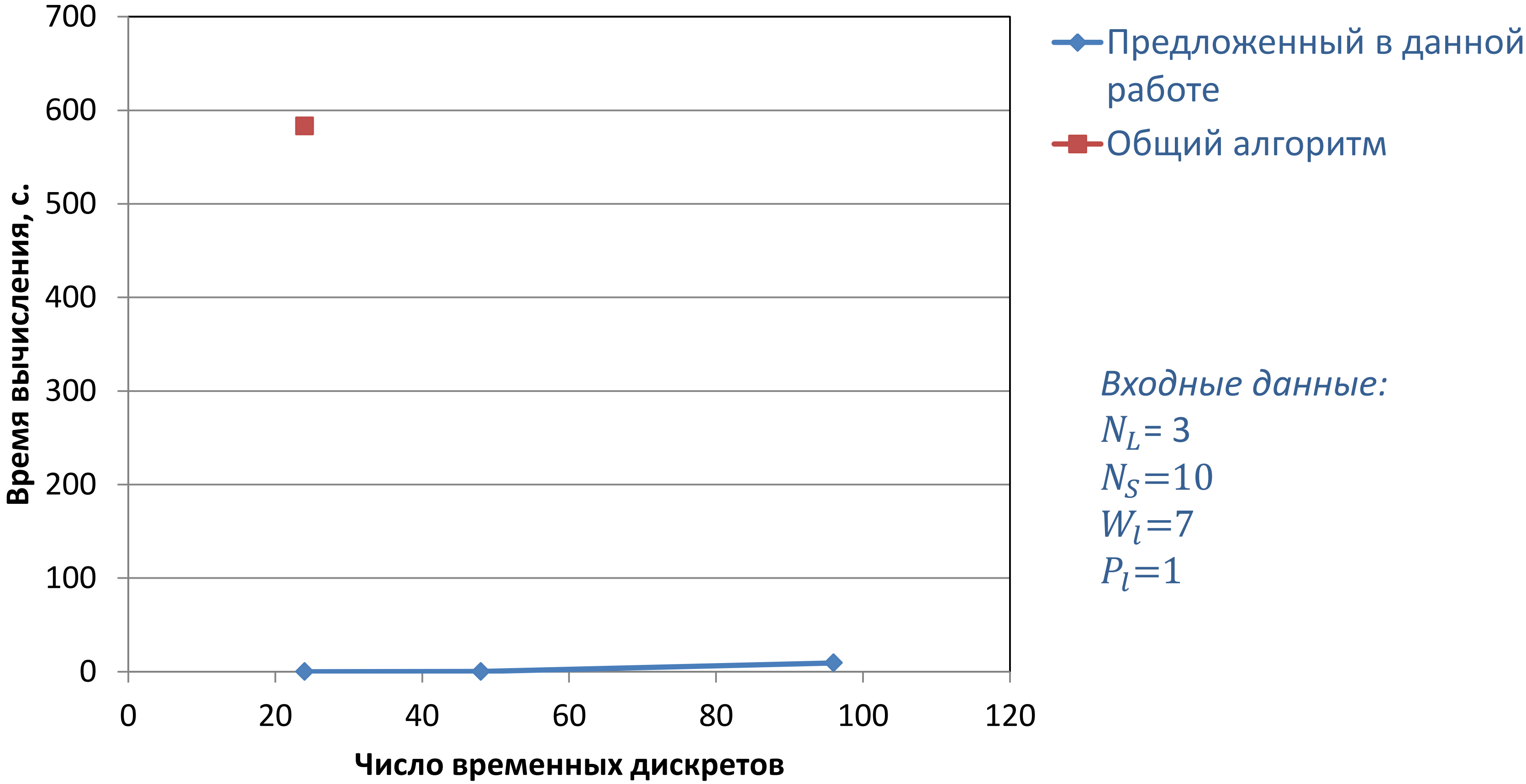
где

$$\sum_{t \in T} tx_{s,l^*,t} - \text{время начала шлюзования в } l^*$$

$$\sum_{l \in L, l > l^*} P_l - \text{время шлюзования в последующих шлюзах}$$

$$\sum_{l \in L, l \geq l^*, l \neq N_L} \frac{W_l}{V_s^{max}} - \text{время прохождения перегонов на } V_s^{max}$$

Численные результаты



Входные данные:
$N_L = 3$
$N_S = 10$
$W_l = 7$
$P_l = 1$

Компьютер: Intel Core i5-3470 CPU 3.20GHz, RAM 8.00 Gb

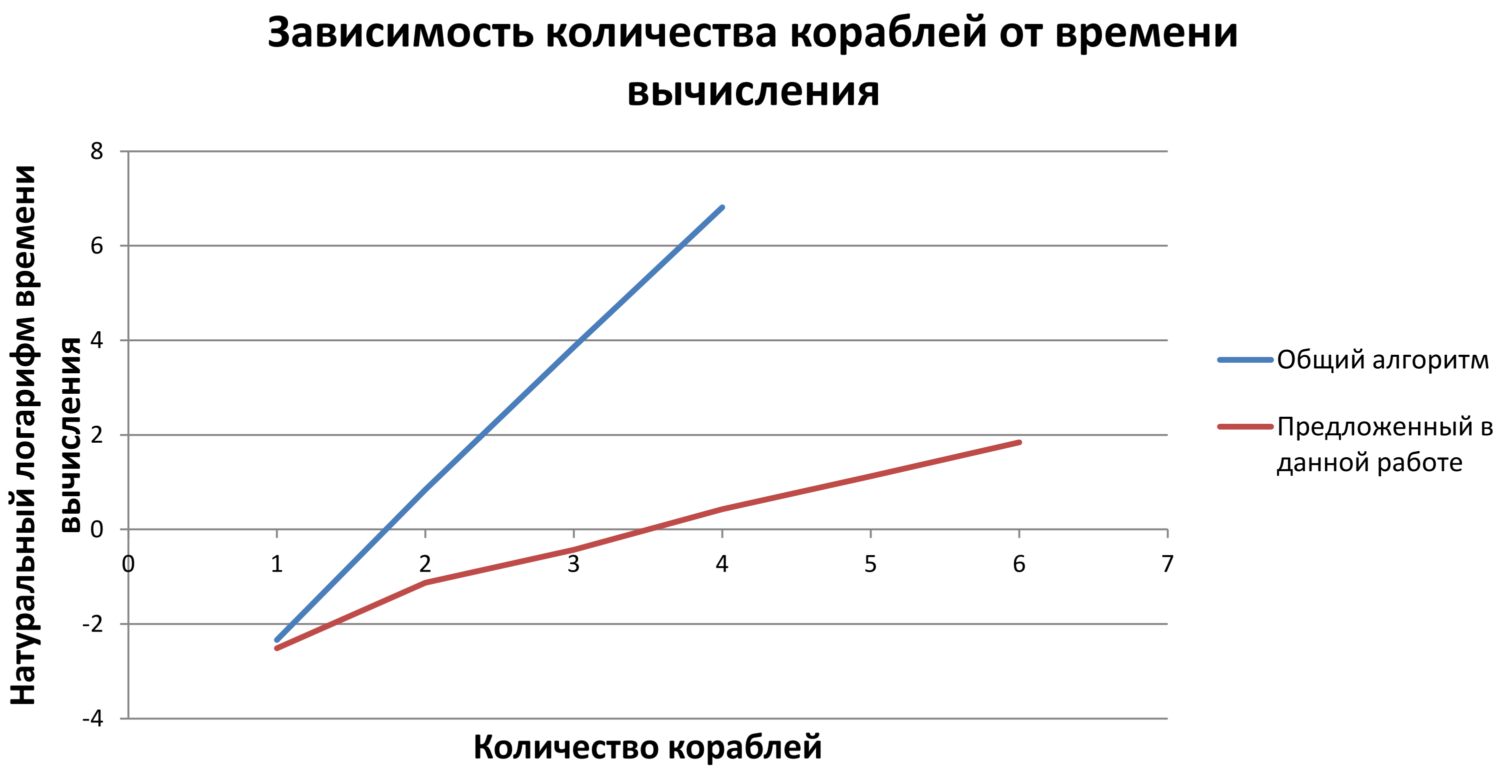
Численные результаты

№	Модель	N_T	Время вычисления, с
1	TI(CPLEX)	48	12.8
2	LB(CPLEX)		466.8
3	Предложенный в данной работе алгоритм ветвей и границ		1.5
4	TI(CPLEX)	192	∞
5	LB(CPLEX)		467.8
6	Предложенный в данной работе алгоритм ветвей и границ		46.2

TI - Time Indexed model
LB - Lockage Base model
(Passchyn W., Briskorn D., 2014)

Численные результаты

Входные данные:
$N_L = 7$
$N_T = 24$
$W_l = 20$
$P_l = 1$



Основные результаты

- Разработаны эвристики с учетом специфики задачи оптимизации, существенно ускоряющие метод ветвей и границ для составления оптимального расписания
- Реализован быстрый алгоритм
- Проведены численные эксперименты
- Проведен сравнительный анализ с другими авторами

Спасибо за внимание!