



ПОЛИТЕХ

Институт прикладной
математики и механики

Разработка быстрого алгоритма для составления расписания шлюзованного участка судоходного канала

Выполнил студент гр. 63601/3
Руководитель к.ф.-м.н., доц.

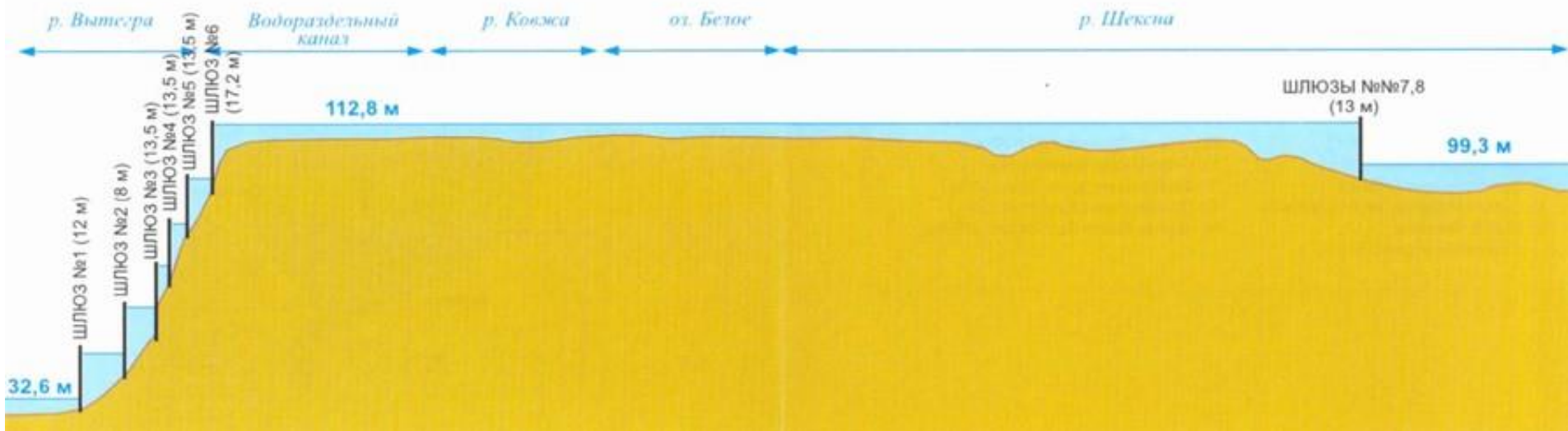
Александров А.Д.
Ануфриев И.Е.



Описание задачи



Профиль Волго-Балтийского канала





Состояние проблемы

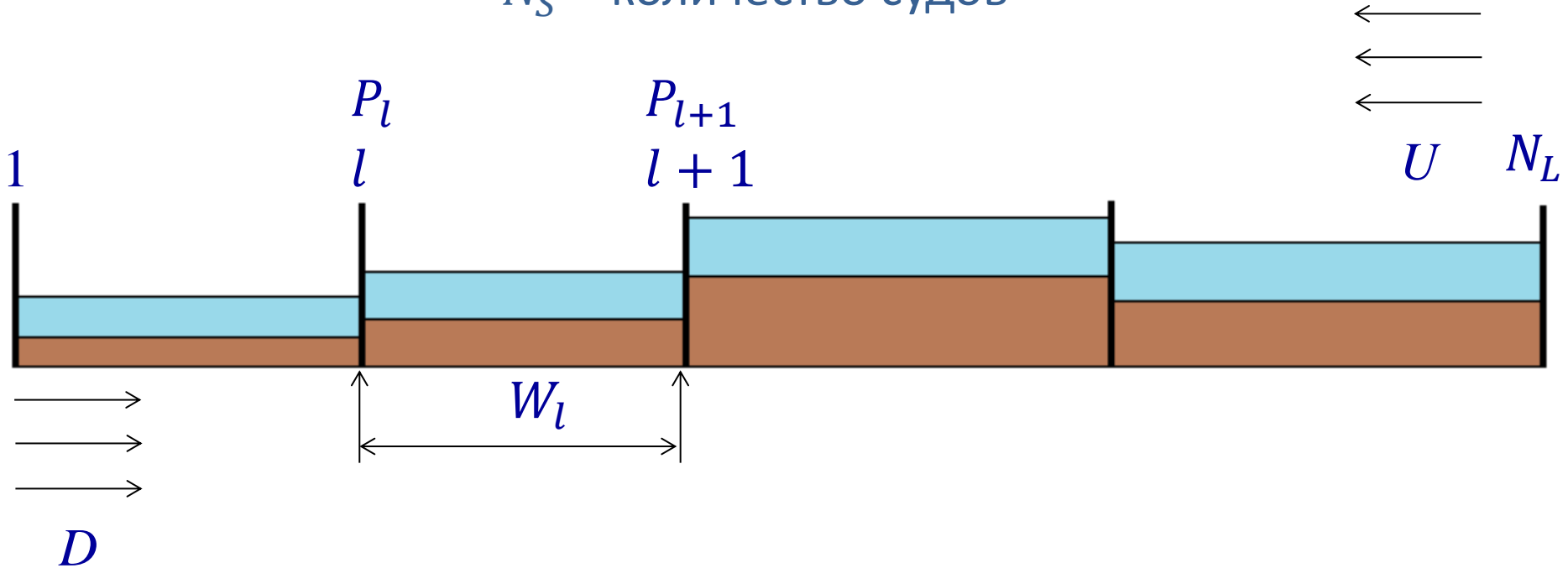
1. Стальмаков В.А. Параллельный генетический алгоритм для решения задачи составления расписания прохождения судов через шлюзованные системы и его верификация / Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. - 2014. - №1(23). - С. 93-102.
2. Petersen E. R. and Taylor A. J., An optimal scheduling system for the Welland Canal / Transportation Science, 22:173–185, 1988.
3. Verdtichel J., The lock scheduling problem / Arenberg doctoral school, 2013.
4. Passchyn W., Briskorn D., Mathematical programming models for scheduling locks in sequence / Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems, 42:92-106, 2014.



Постановка задачи

N_L — количество шлюзов

N_S — количество судов



A_s — время прибытия s -го корабля к началу канала

V_S^{min} — минимальная скорость движения s -го корабля

V_S^{max} — максимальная скорость движения s -го корабля

P_l — время шлюзования в l -ом шлюзе



Задача оптимизации

$$x_{s,l,t} \in \{0,1\}, \quad (1)$$

$$s \in S = \{1 \dots N_S\}, \quad l \in L = \{1 \dots N_L\}, \quad t \in T = \{1 \dots N_T\}$$

Целевая функция

$$\sum_{s \in S} F_s = \sum_{s \in S} (C_s - A_s) \rightarrow \min, \quad (2)$$

где

$$\forall s \in U: C_s = \sum_{t \in T} (tx_{s,1,t} + P_1) \quad (3)$$

$$\forall s \in D: C_s = \sum_{t \in T} (tx_{s,N_L,t} + P_{N_L}) \quad (4)$$



Ограничения

$$\sum_{t=A_s}^{N_T-P_1} x_{s,l,t} = 1, \quad \forall s \in U, l \in L \quad (5)$$

$$\sum_{t=A_s}^{N_T-P_L} x_{s,l,t} = 1, \quad \forall s \in D, l \in L \quad (6)$$

$$\sum_{t \in T} t x_{s,l,t} - \sum_{t \in T} t x_{s,l+1,t} \geq P_{l+1} + \frac{1}{V_s^{max}} W_l, \quad \forall s \in U, \forall l \in L \setminus \{N_L\} \quad (7)$$

$$\sum_{t \in T} t x_{s,l,t} - \sum_{t \in T} t x_{s,l-1,t} \geq P_{l-1} + \frac{1}{V_s^{max}} W_{l-1}, \quad \forall s \in D, \forall l \in L \setminus \{1\} \quad (8)$$

$$x_{s_1,l,t} + \sum_{\tau=t-P_l+1}^{t+P_l-1} x_{s_2,l,\tau} \leq 1, \quad \forall l \in L, s_1 \in U, s_2 \in D, t \in T \quad (9)$$

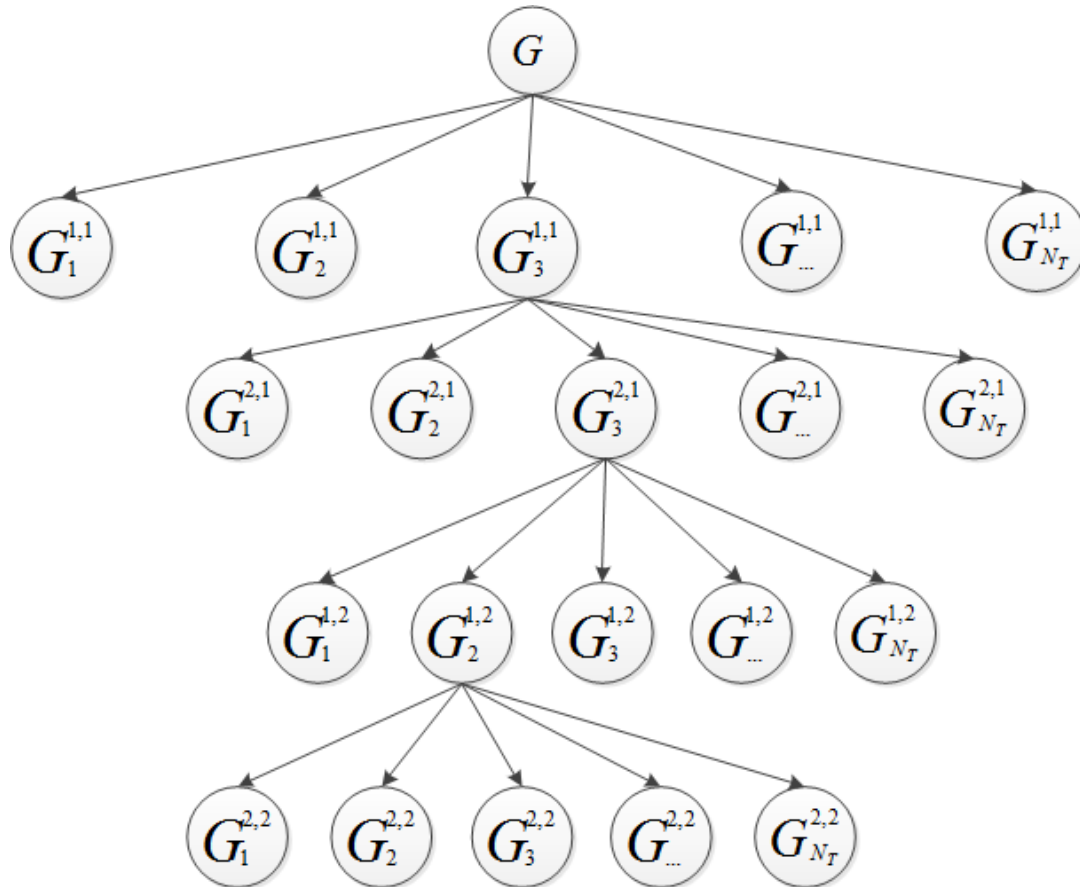
$$x_{s_1,l,t} + \sum_{\tau=t-2P_l+1}^{t-1} x_{s_2,l,\tau} + \sum_{\tau=t+1}^{t+2P_l-1} x_{s_2,l,\tau} \leq 1, \quad \forall l \in L, s_1 \in U, s_2 \in U, t \in T \quad (10)$$

$$x_{s_1,l,t} + \sum_{\tau=t-2P_l+1}^{t-1} x_{s_2,l,\tau} + \sum_{\tau=t+1}^{t+2P_l-1} x_{s_2,l,\tau} \leq 1, \quad \forall l \in L, s_1 \in D, s_2 \in D, t \in T \quad (11)$$



Быстрый алгоритм составления оптимального расписания

- 1-я эвристика. Каждый корабль пройдет каждый шлюз ровно один раз.





Быстрый алгоритм составления оптимального расписания

- 2-я эвристика. Ограничения на расстояние

Рассмотрим множество $G_{\mu(s,l)}^{s,l}$.

Пусть

$$\tau = P_l + \frac{W_l}{V_s^{max}} \quad (12)$$

$G_{\mu(s,l)}^{s,l}$ разбивается на $N_t - \mu(s,l) - \tau$ подмножеств.



Быстрый алгоритм составления оптимального расписания

- 3-я эвристика. Ограничения на встречные и попутные корабли.

$Time_t^{s,l}$ - множества свободных временных индексов, $|Time_t^{s,l}| = N_T$.

$$\left[\begin{array}{l} Time_t^{s,l}(i) = 0, \text{ если шлюз в момент времени } i \text{ свободен.} \\ Time_t^{s,l}(i) = 1, \text{ если шлюз в момент времени } i \text{ занят.} \\ Time_t^{s,l}(i) = 2, \text{ если шлюзование в момент времени } i \\ \quad \text{запрещено судам из множества } U. \\ Time_t^{s,l}(i) = 3, \text{ если шлюзование в момент времени } i \\ \quad \text{запрещено судам из множества } D. \end{array} \right. \quad (13)$$

Рассмотрим $s \in U$

$$Time_{\mu(s,l),r}^{s+1,l}(\tau) = 1, \tau \in [r, r + P_l] \quad (14)$$

$$Time_{\mu(s,l),r}^{s+1,l}(\tau) = 2, \tau \in [r - 2P_l + 1, r - 1] \quad (15)$$

$$Time_{\mu(s,l),r}^{s+1,l}(\tau) = 2, \tau \in [r + P_l + 1, r + 2P_l - 1] \quad (16)$$



Оценка нижней границы

Предположим, для корабля $s \in S$ известно, в какой момент времени он прошел шлюз $l^* \in L$.

$$E(G_t^{s,l^*}) = \sum_{t \in T} tx_{s,l^*,t} + \sum_{l \in L, l > l^*} P_l + \sum_{l \in L, l \geq l^*, l \neq N_L} \frac{W_l}{V_s^{max}}, \quad (17)$$

где

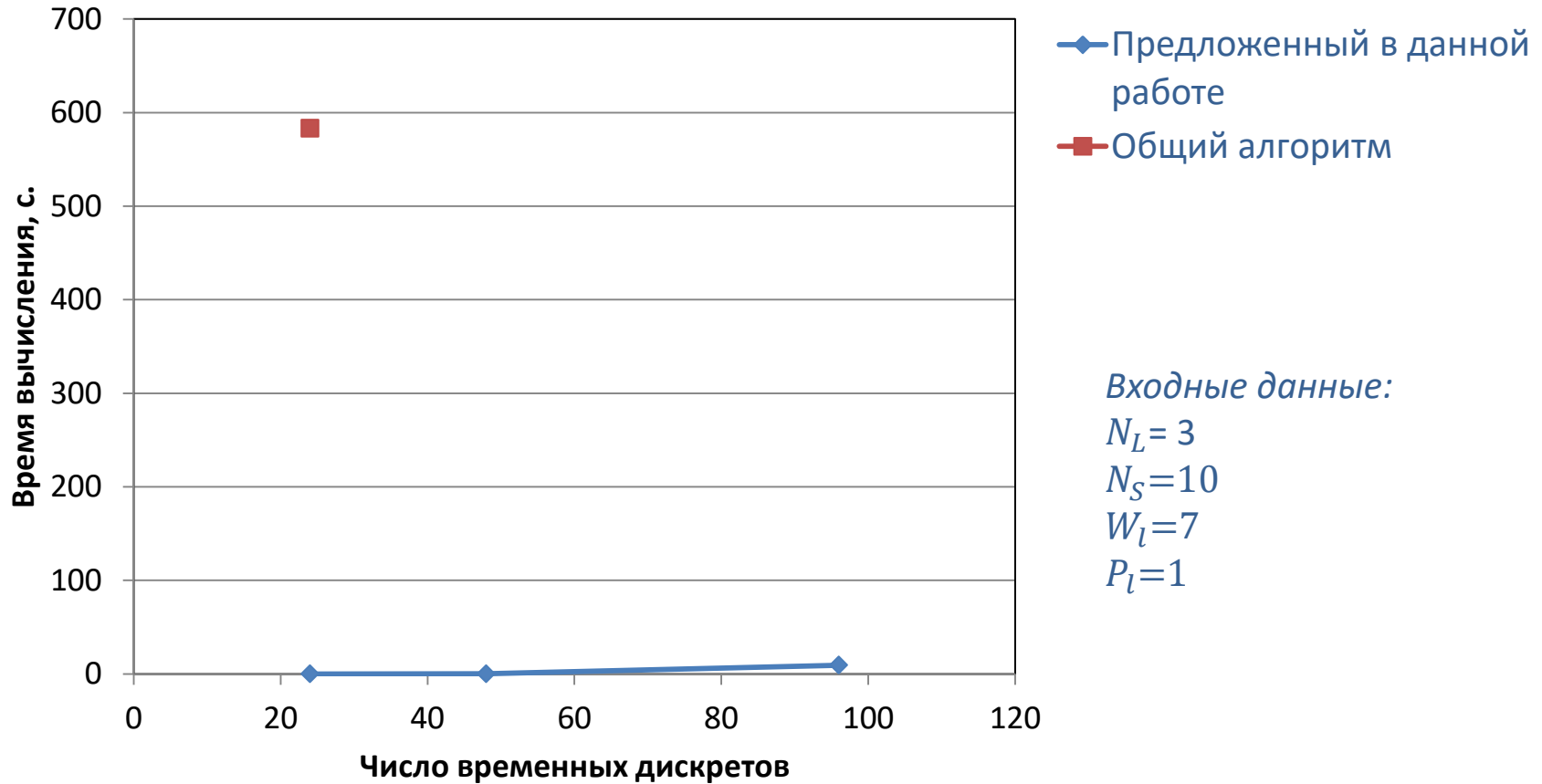
$\sum_{t \in T} tx_{s,l^*,t}$ — время начала шлюзования в l^*

$\sum_{l \in L, l > l^*} P_l$ — время шлюзования в последующих шлюзах

$\sum_{l \in L, l \geq l^*, l \neq N_L} \frac{W_l}{V_s^{max}}$ — время прохождения перегонов на V_s^{max}



Численные результаты



Компьютер: Intel Core i5-3470 CPU 3.20GHz, RAM 8.00 Gb



Численные результаты

| № | Модель | N_T | Время вычисления, с |
|---|--|-------|---------------------|
| 1 | TI(CPLEX) | 48 | 12.8 |
| 2 | LB(CPLEX) | | 466.8 |
| 3 | Предложенный в данной работе алгоритм ветвей и границ | | 1.5 |
| 4 | TI(CPLEX) | 192 | ∞ |
| 5 | LB(CPLEX) | | 467.8 |
| 6 | Предложенный в данной работе алгоритм ветвей и границ | | 46.2 |

TI - Time Indexed model

LB - Lockage Base model

(Passchyn W., Briskorn D., 2014)



Численные результаты

Входные данные:

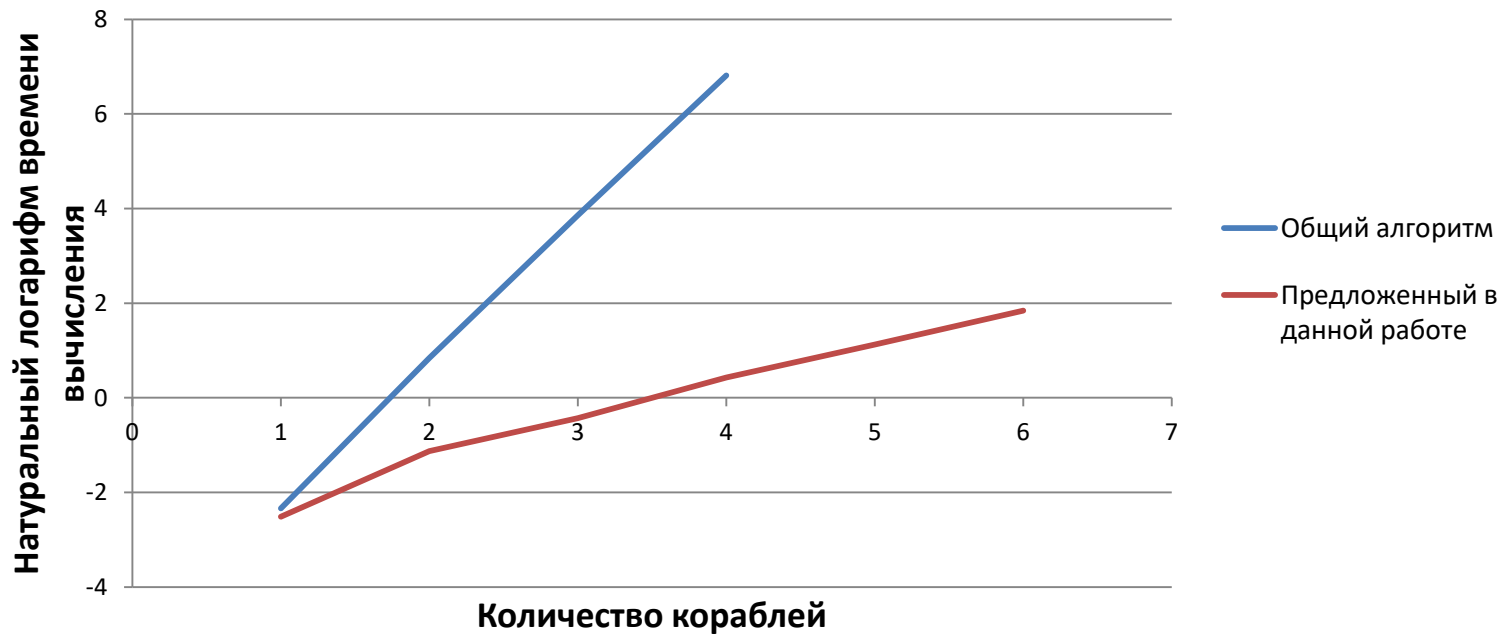
$$N_L = 7$$

$$N_T = 24$$

$$W_l = 20$$

$$P_l = 1$$

Зависимость количества кораблей от времени
вычисления





Основные результаты

- Разработаны эвристики с учетом специфики задачи оптимизации, существенно ускоряющие метод ветвей и границ для составления оптимального расписания
- Реализован быстрый алгоритм
- Проведены численные эксперименты
- Проведен сравнительный анализ с другими авторами



Спасибо за внимание!