

Санкт-Петербургский Государственный Политехнический университет
Институт прикладной метаматики и механики

Численное моделирование сильноточных разрядов, инициированных электрическим взрывом проводников

Диссертация на соискание степени магистра

Выполнил студент группы 63601/1

Научный руководитель

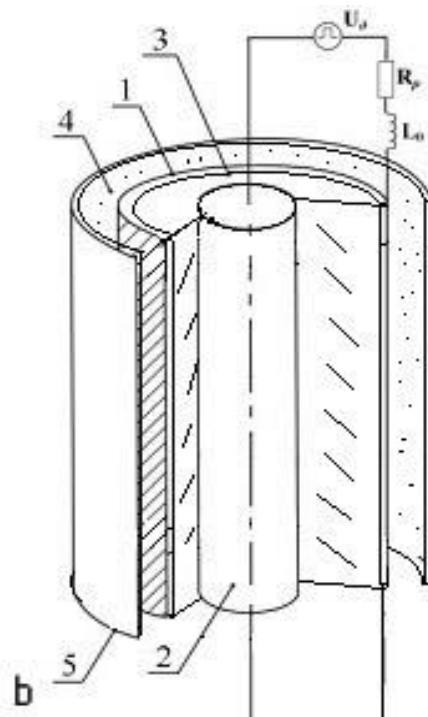
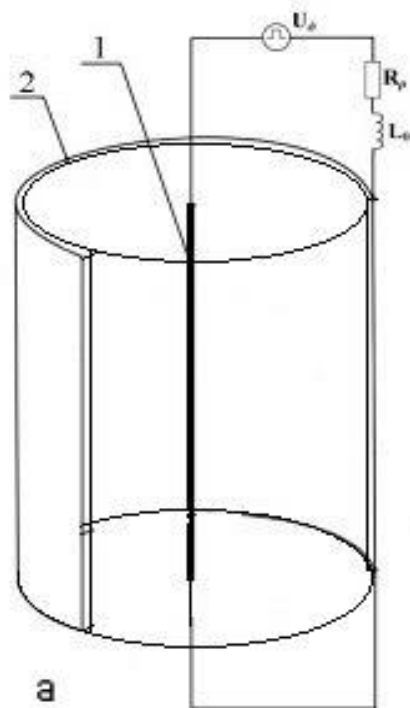
Ряховский А.И.

Калинин Н.В.

Применение мощных электрических разрядов

- *Преобразование энергии емкостных и индуктивных накопителей в энергию движения среды*
- *Источники излучения видимого ультрафиолетового и мягкого рентгеновского спектральных диапазонов*
- *Исследование физических свойств вещества в экстремальных состояниях*
- *Сильноточная коммутации и формирование высоковольтных импульсов*
- *Синтез наночастиц*

Постановка задачи

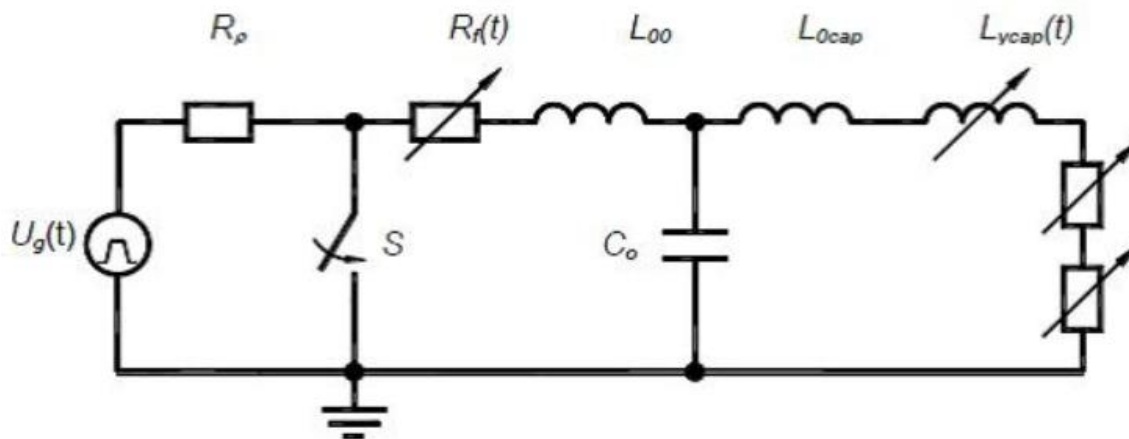


а.) Тонкая проволочка

1. взрывааемый проводник
2. обратный токопровод

б.) Тонкая цилиндрическая оболочка

1. взрывааемая тонкостенная оболочка
2. обратный токопровод
3. жесткий диэлектрический цилиндр
4. водная среда
5. стенки разрядной камеры



Электрический взрыв проводников – резкое изменение физического состояния металла в результате интенсивного выделения в нем энергии при пропускании импульсного тока большой плотности ($j \geq 10^6 \frac{\text{А}}{\text{см}^3}$)

Модель должна самосогласованно учитывать:

- *процессы формирования импульса тока в электрической цепи и диффузию магнитного поля*
- *ионизацию среды*
- *джоулев нагрев*
- *динамику плазмы и ударные волны.*
- *диссипацию энергии, обусловленную теплопроводностью и вязкостью*
- *излучение*
- *эволюцию физического состояния*

Приближение	Условие применимости
Сплошная среда	$l_{\text{св}} \ll L_{\text{хар}}$
Одножидкостное	$\rho > \rho_0$
Однотемпературное	$\tau_{\text{равн}} \ll \tau_{\text{хар}}$
Одномерное	$h_{\text{пров}} \gg r_{\text{пров}}$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{u} = 0, \\
 \rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\operatorname{grad} p + f, \\
 \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -p \operatorname{div} \vec{u} + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) - \operatorname{div} \vec{W}, \\
 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \operatorname{rot}[\vec{u} \times \vec{H}] - c \operatorname{rot} \vec{E}, \\
 \vec{E} = \frac{c}{4\pi\sigma} \operatorname{rot} \vec{H},
 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l}
 \text{Уравнение неразрывности} \\
 \text{Уравнение движения} \\
 \text{Уравнение теплового баланса} \\
 \text{Уравнения э/м поля}
 \end{array}$$

Уравнения МГД

Динамическая часть	Тепловая часть	Электромагнитная часть
$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial s} (rv),$	$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -p \frac{\partial(rv)}{\partial s} - \frac{\partial W}{\partial s} + Q_{дж} - S_{rad},$	$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H_\phi}{\rho r} \right) = \frac{\partial E}{\partial s},$
$\frac{\partial r}{\partial t} = v,$	$W = -\kappa \rho r \frac{\partial T}{\partial s}$	$E_z = \frac{\rho}{4\pi\sigma} \cdot \frac{\partial}{\partial s} (rH_\phi),$
$\frac{\partial v}{\partial t} = -r \cdot \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{f}{\rho},$	$S_{rad} = \begin{cases} \frac{\partial W_p}{\partial s} & \text{— для ОПТ. ТОНКОЙ ПЛ.} \\ \frac{\partial W_r}{\partial s} & \text{— для ОПТ. ТОЛСТОЙ ПЛ.} \end{cases}$	
$p = p(\rho, T),$		$\sigma = \sigma(T, \rho),$
	$\varepsilon = \varepsilon(\rho, T), \quad \kappa = \kappa(\rho, T),$	
$f = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial s} \frac{(rH_\phi)^2}{8\pi},$	$Q_J = \frac{J \cdot E}{\rho},$	

Начальные и граничные условия

Динамическая часть	Тепловая часть	Электромагнитная часть
Начальные условия		
$\rho(0, s) \Big _{s < M_{pl}} = \rho_{pl}^0,$ $\rho(0, s) \Big _{s > M_{pl}} = \rho_{ext}^0,$	$T(0, s) \Big _{s < M_{pl}} = T_{pl}^0,$ $T(0, s) \Big _{s > M_{pl}} = T_{ext}^0.$	$H_\varphi(0, s) = 0,$ $E(0, s) = 0,$
$r_0 = \begin{cases} 0 & \text{— для проволоочки} \\ R_{cyl} & \text{— для оболочки} \end{cases},$	$W = -\kappa \rho r \frac{\partial T}{\partial s}$	$J(0) = J_0,$ $U(0) = U_0,$ $V(0) = V_0,$
$v_0 = 0,$		
Граничные условия		
$v(t, 0) = v(t, M) = 0,$	$W(t) _{s=0} = W(t) _{s=M} = 0,$	$R_{pl}(t)H_\varphi(M_{pl}, t) = 2J(t),$
		$H_\varphi(t, M_0) = 0,$
		$L_0 \frac{dJ}{dt} + R_0 J - V(t) + E(M_{pl}, t) = -2 \frac{d}{dt} \left(J(t) \ln \frac{R_*}{R(t)} \right)$

Оптическая толщина и свободный пробег

$l_\nu = 1/\kappa_\nu$ - длина свободного пробега*

L - характерный размер задачи

κ_ν - коэффициент поглощения фотонов частоты ν

$$\tau_\nu = \int_0^x \kappa_\nu dx' - \text{оптическая плотность для излучения частоты } \nu$$

Оптически тонкая плазма ($l_\nu \gg L$)

Оптически толстая плазма ($l_\nu \ll L$)

Приближение оптически тонкого слоя

Приближение лучистой теплопроводности

$$\kappa_p = \int_0^\infty \kappa_\nu(\nu, T, \rho) \frac{dU_{\nu p}}{dT} d\nu / \int_0^\infty \frac{dU_{\nu p}}{dT} d\nu,$$

$$l_r = \int_0^\infty l_\nu(\nu, T, \rho) \frac{dU_{\nu p}}{dT} d\nu / \int_0^\infty \frac{dU_{\nu p}}{dT} d\nu,$$

- осредненный по Планку коэффициент поглощения

- длина свободного пробега, усредненная по Росселанду

$$\frac{\partial W_p}{\partial s} = c \kappa_p \int_0^\infty U_{\nu p} d\nu = 4 \kappa_p \sigma T^4$$

$$W_r = -\frac{1}{3} l_r c \int_0^\infty \frac{dU_{\nu p}}{dT} \text{grad} T d\nu = \frac{16 \sigma l_r T^3}{3} \text{grad} T,$$

*длина свободного пробега – расстояние, проходимое фотоном до поглощения

Используются широкодиапазонные интерполяционные уравнения состояния воды и металлов.

Давление

$$p = p_x + p_T,$$

p_x - холодная (упругая) составляющая

p_T - тепловая составляющая

Внутренняя энергия

Вода:

$$\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_T + \varepsilon_d + \varepsilon_I$$

Металл:

$$\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_T + \varepsilon_e + \varepsilon_I$$

Составляющие внутренней энергии:

ε_x - холодная (упругая)

ε_T - тепловая

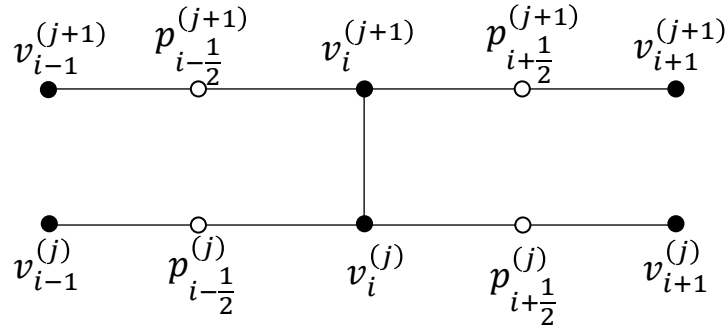
ε_d - диссоционная

ε_I - ионизационная

ε_e - электронная

Разностная схема

Шаблон разностной схемы:



$\rho, P, T, H, \varepsilon$ хранятся в серединах ячеек.

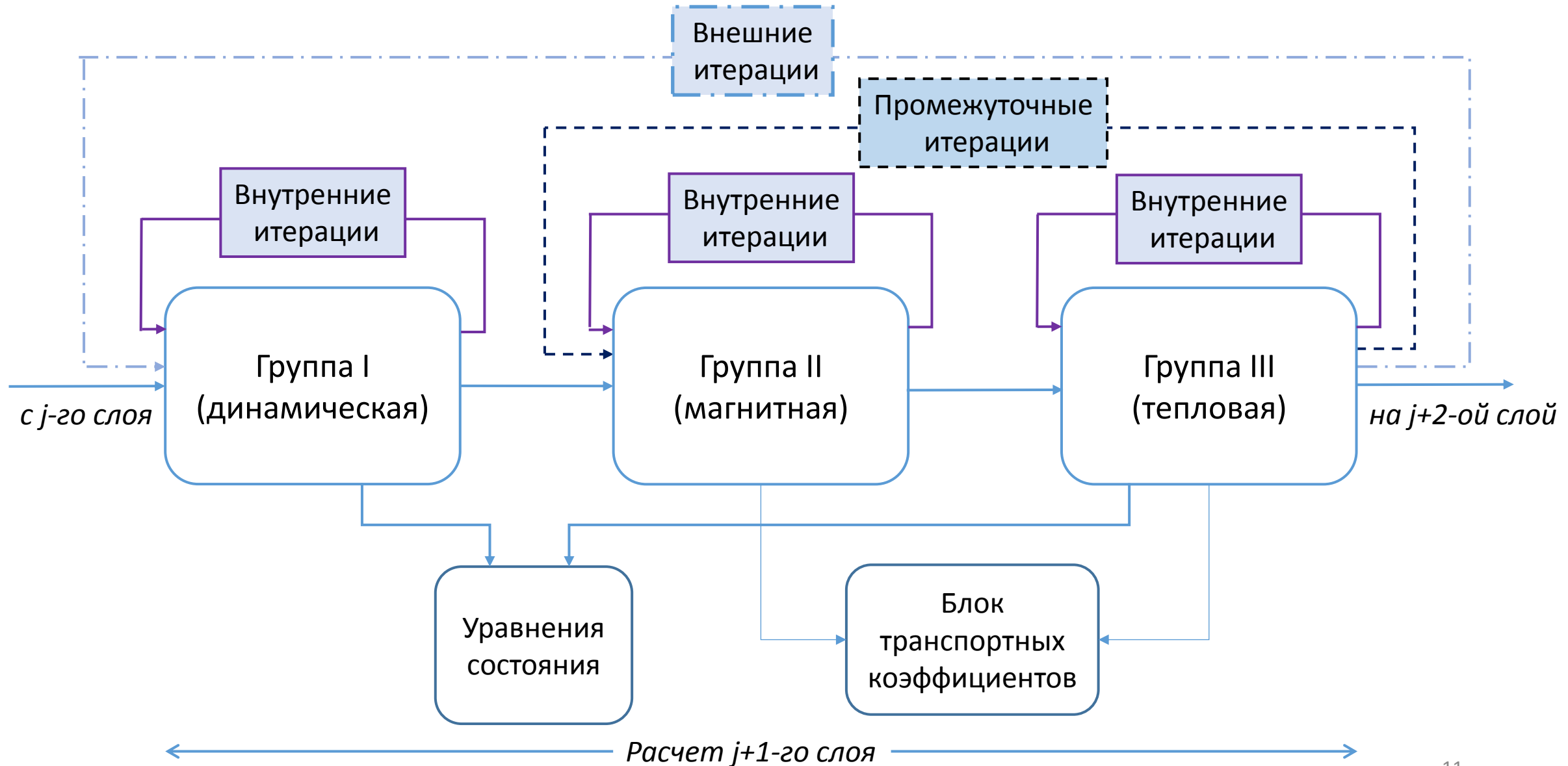
r, v, W, E - в узлах.

$$\left\{ \begin{array}{l} v_t = -r^{(0,5)}(p_{\bar{s}}^{(0,5)} + q_{\bar{s}}^{(0,5)}) + f \\ r_t = v^{(\sigma_2)} \\ \left(\frac{1}{\rho}\right)_t = (r^{(0,5)}v^{(0,5)})_s \\ \varepsilon_t = -p^{(0,5)}(r^{(0,5)}v^{(0,5)})_s + Q, \\ E = \frac{\rho_*}{4\pi\sigma_*} H_s, \\ \left(\frac{H}{\rho}\right)_t = E_s^{(0,5)}, \end{array} \right.$$

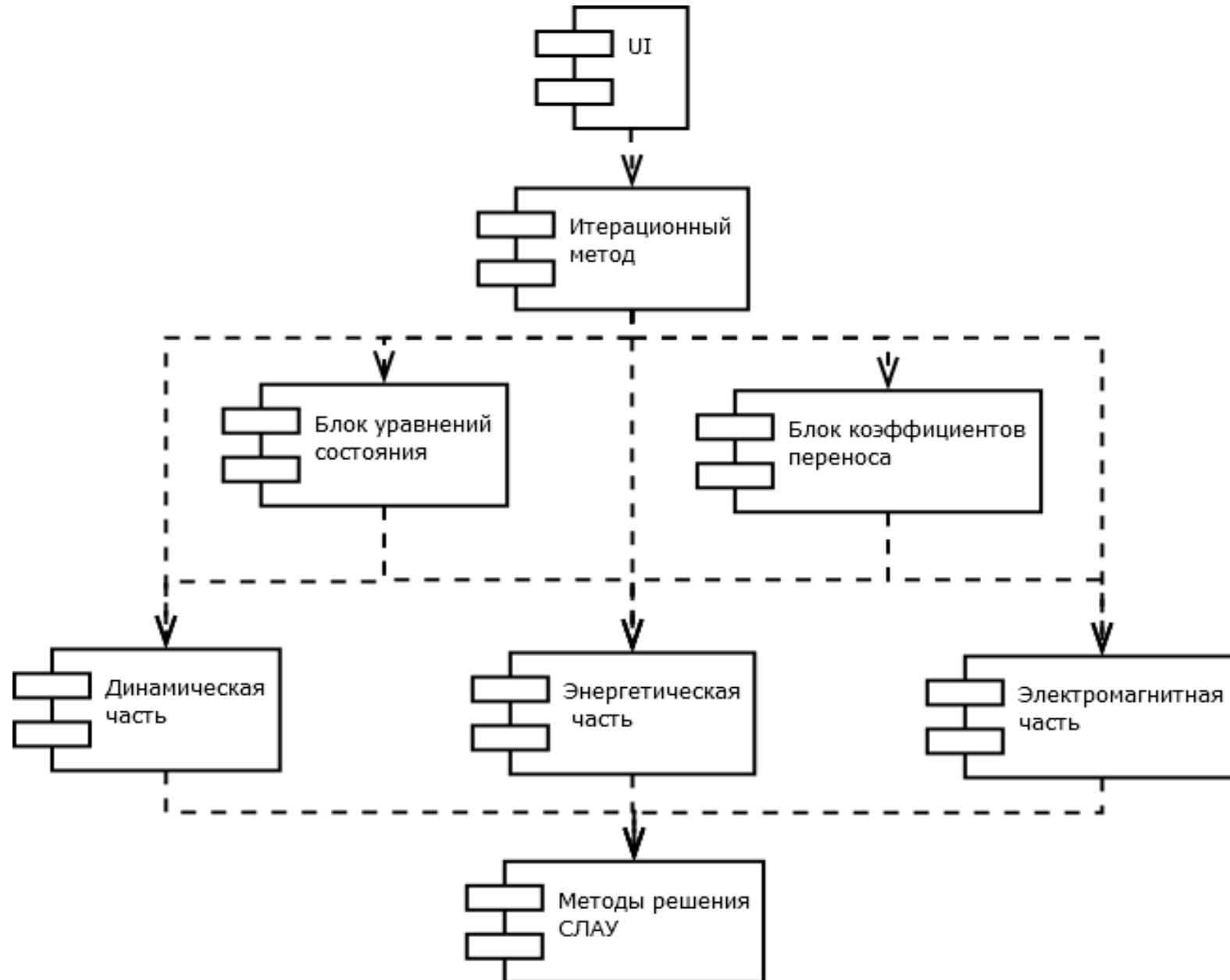
$$\begin{aligned} \sigma_* &= 0.5(\sigma + \sigma(-1)), \\ \rho_* &= 0.5(\rho + \rho(-1)), \end{aligned}$$

Полностью консервативная схема – схема, в которой гарантировано выполнение разностных законов сохранения и разностных уравнений баланса отдельных типов энергии

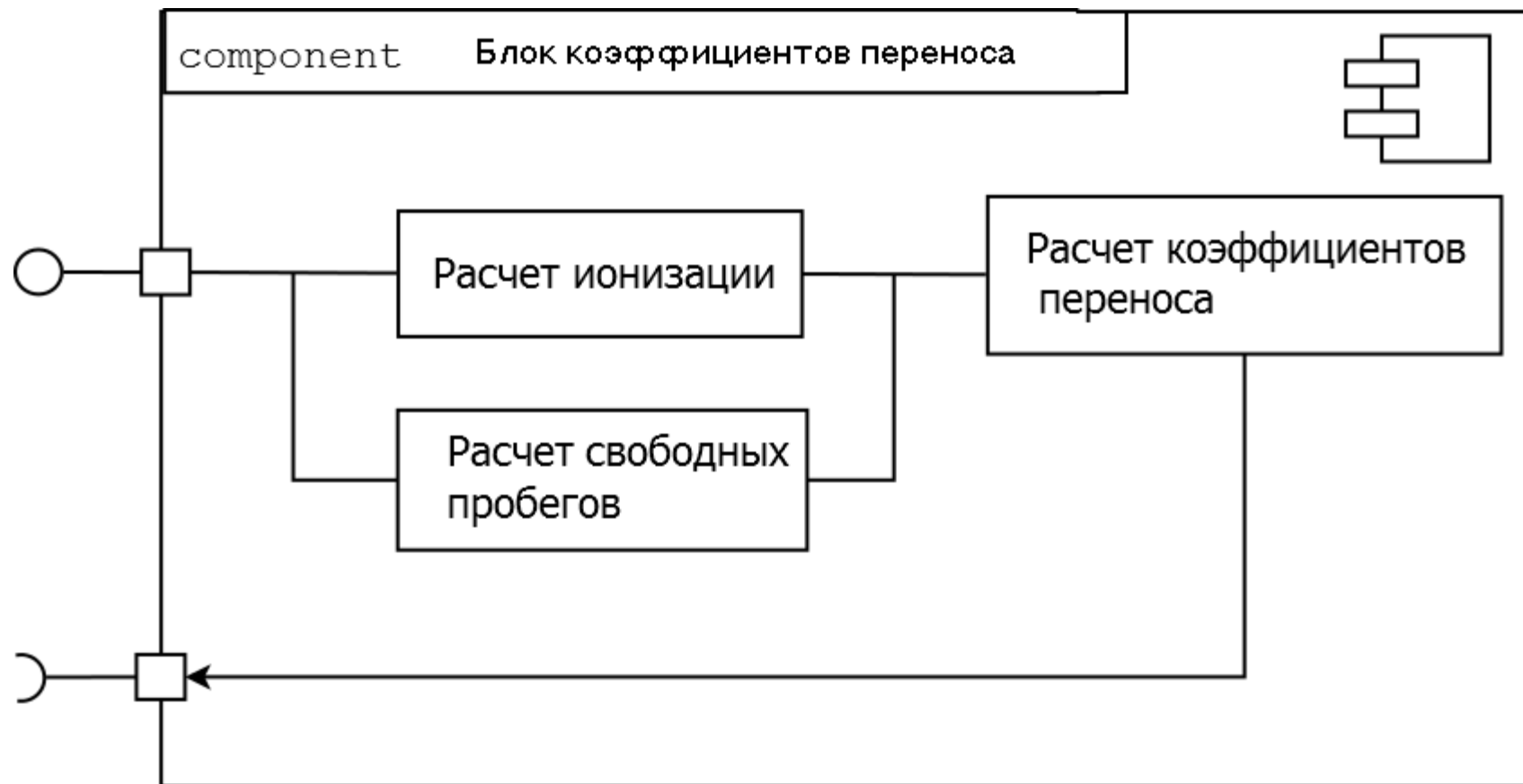
Метод отдельных прогонок



Структура программы



Структура блока коэффициентов переноса



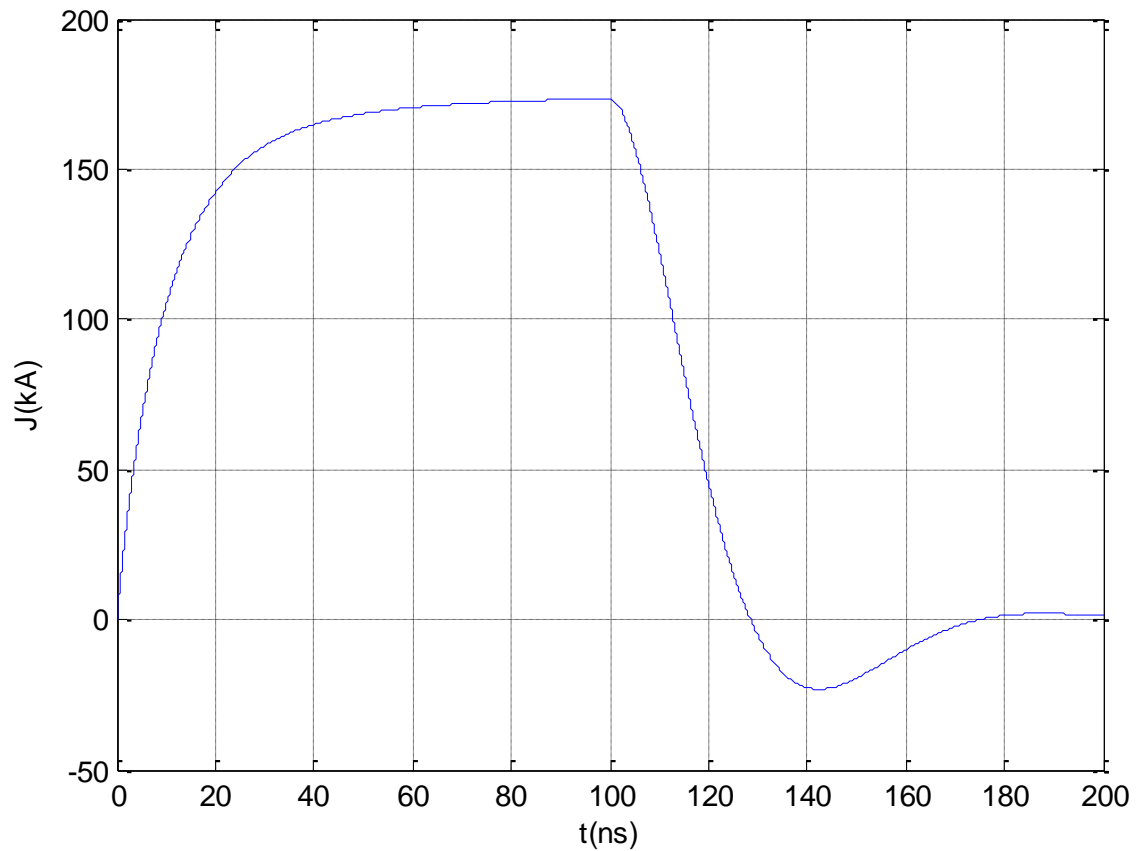
Тестовые задачи:

- Разлет газа в вакуум
- Задача о поршне
- Распад произвольного разрыва
- Диффузия поля в проводящую среду

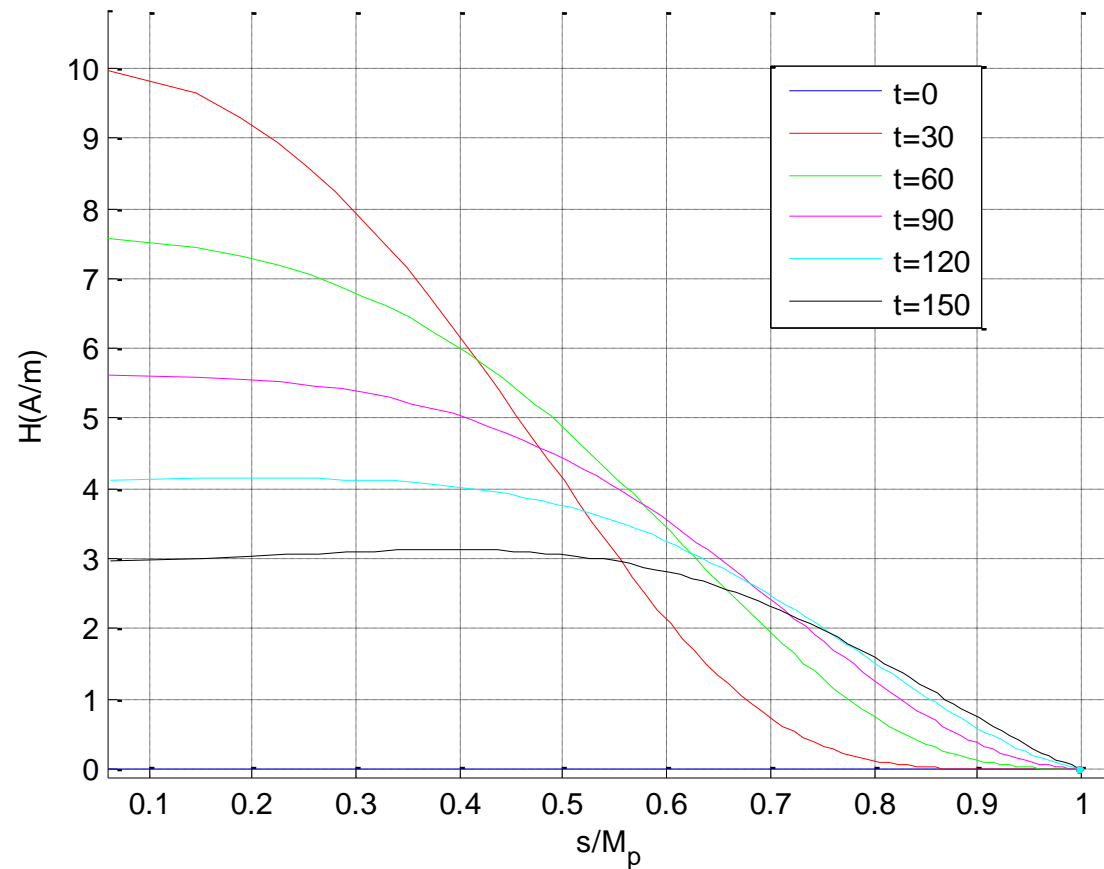
Тестируемый аспект	Тестовая задача			
	Разлет газа	Поршень	Распад разрыва	Диффузия поля
Динамическая часть	■	■	■	
Тепловая часть	■	■	■	
Э/М часть				■
Ударные волны		■	■	

Результаты расчетов: ток и магнитное поле

Зависимость полного тока от времени
в задаче о разряде в оболочке



Распределение напряженности магнитного поля
в различные моменты времени
(задача о разряде в оболочке)

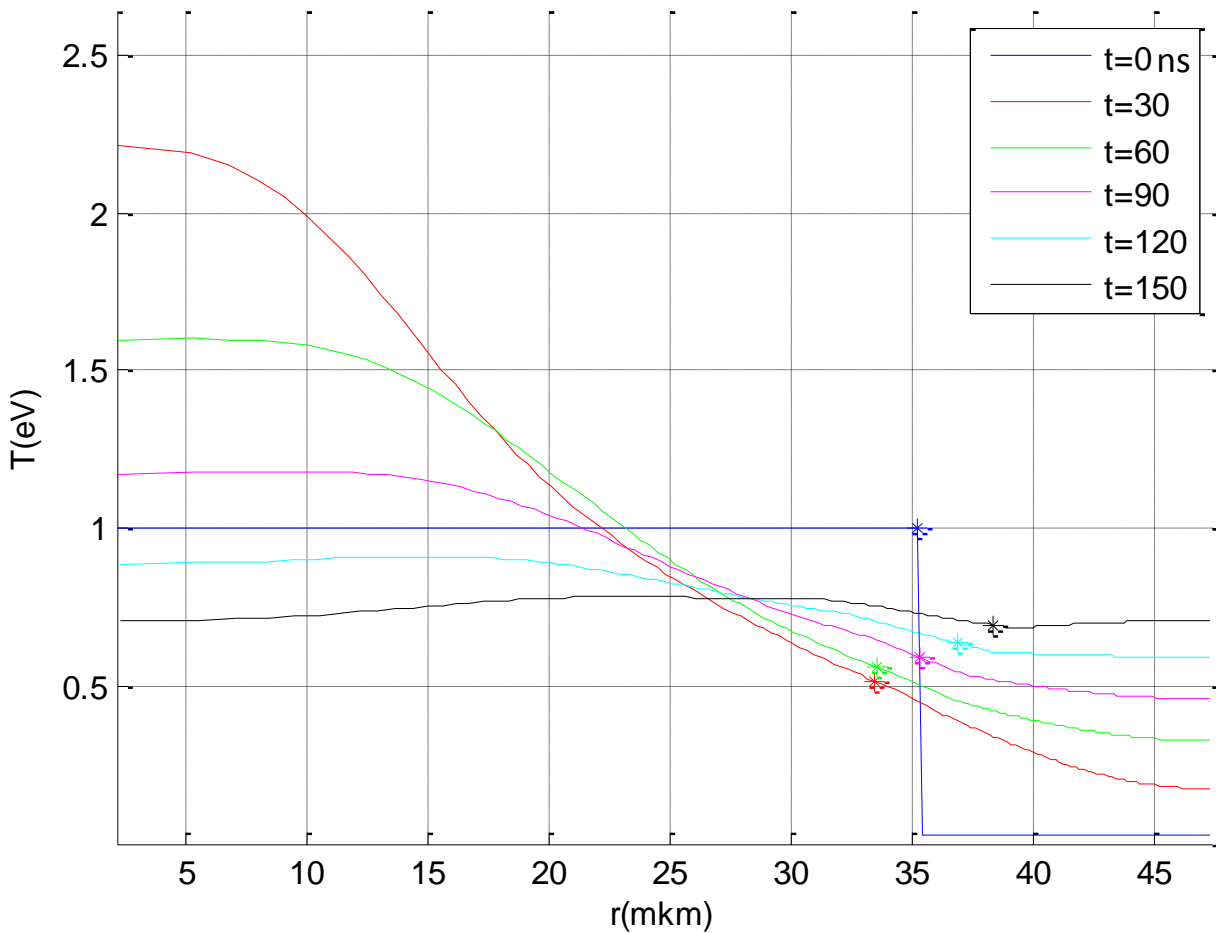


[t] = ns

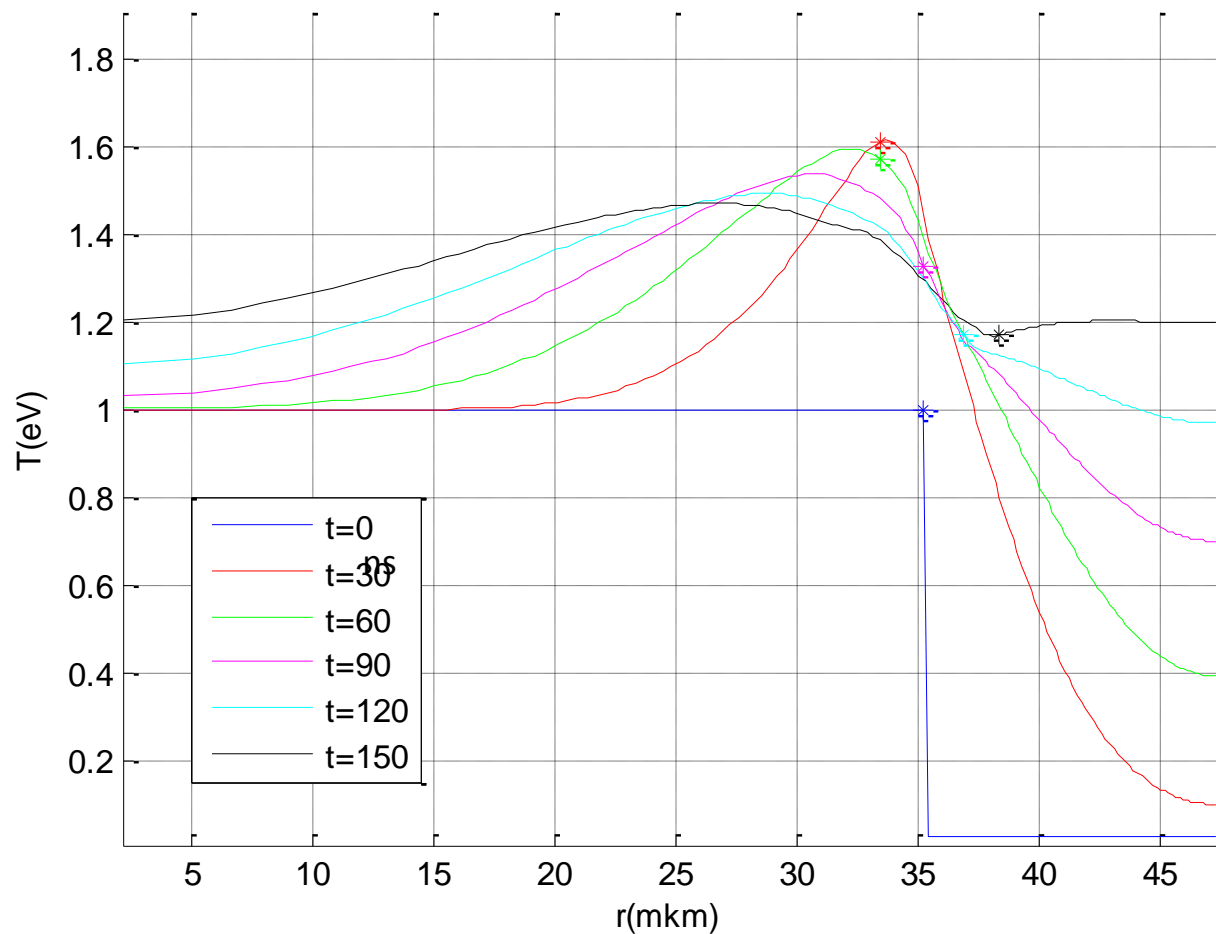
Результаты расчетов: температура

Распределения температуры в различные моменты времени

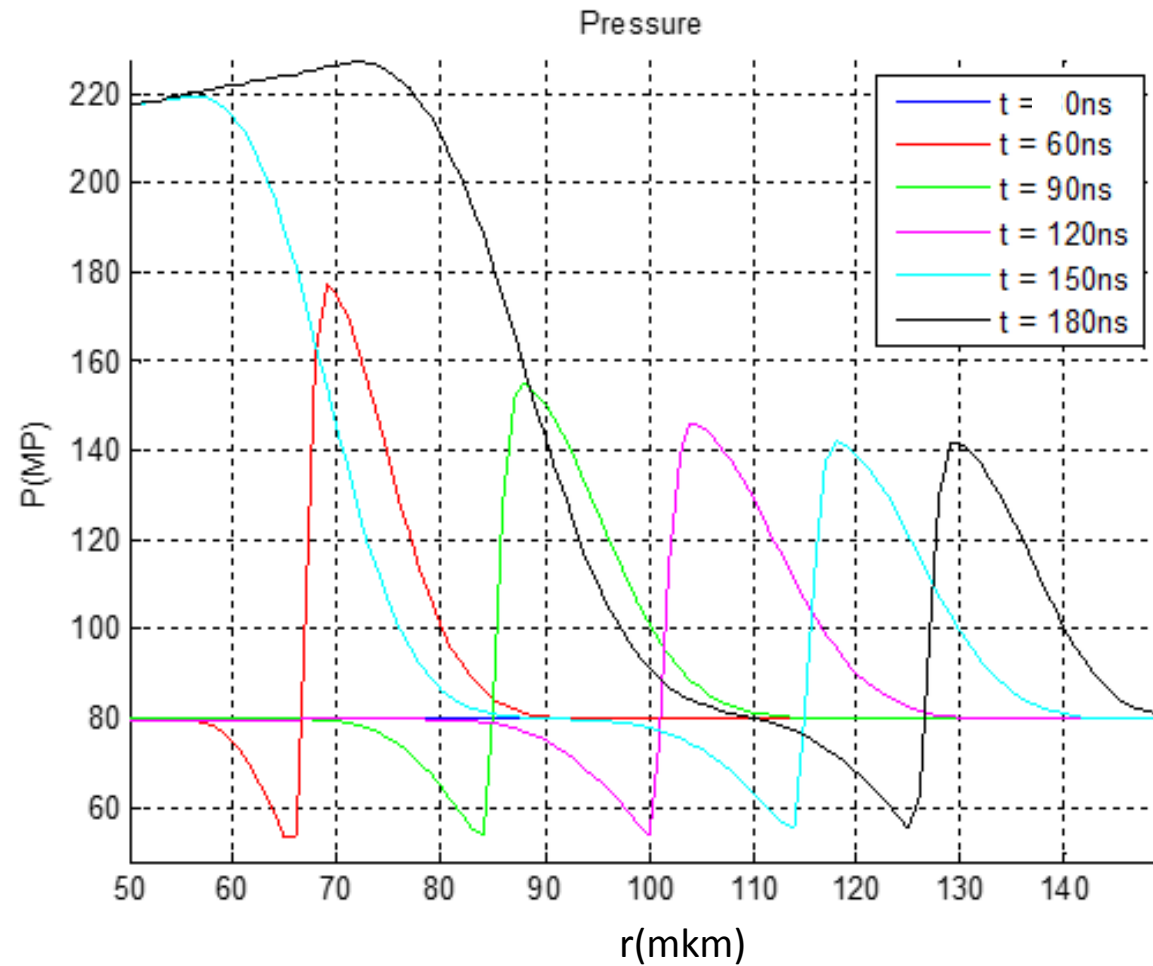
А.) взрыв оболочки



Б.) взрыв проволоочки

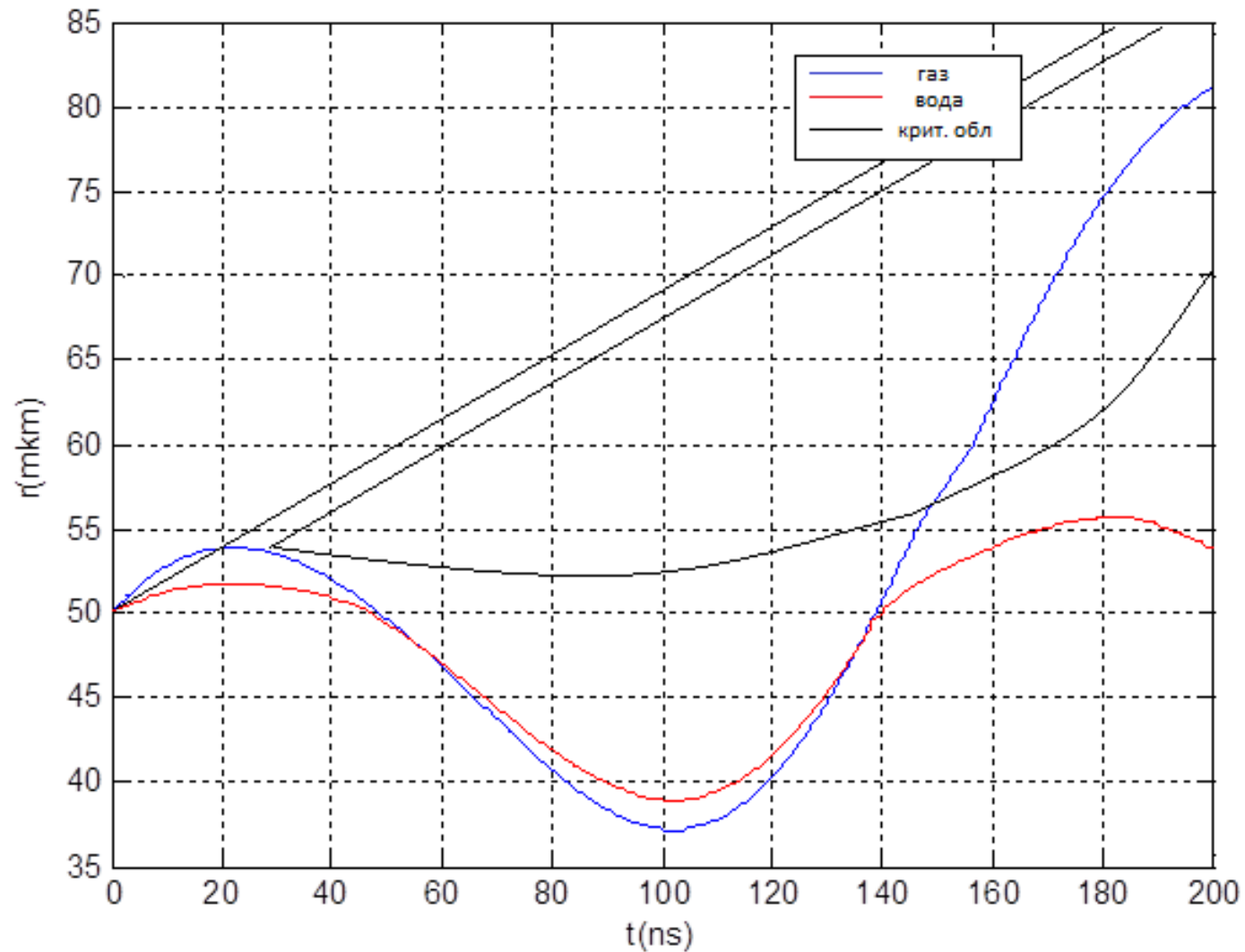


Распространение ударной волны в воде



Результаты расчетов: движение границы раздела

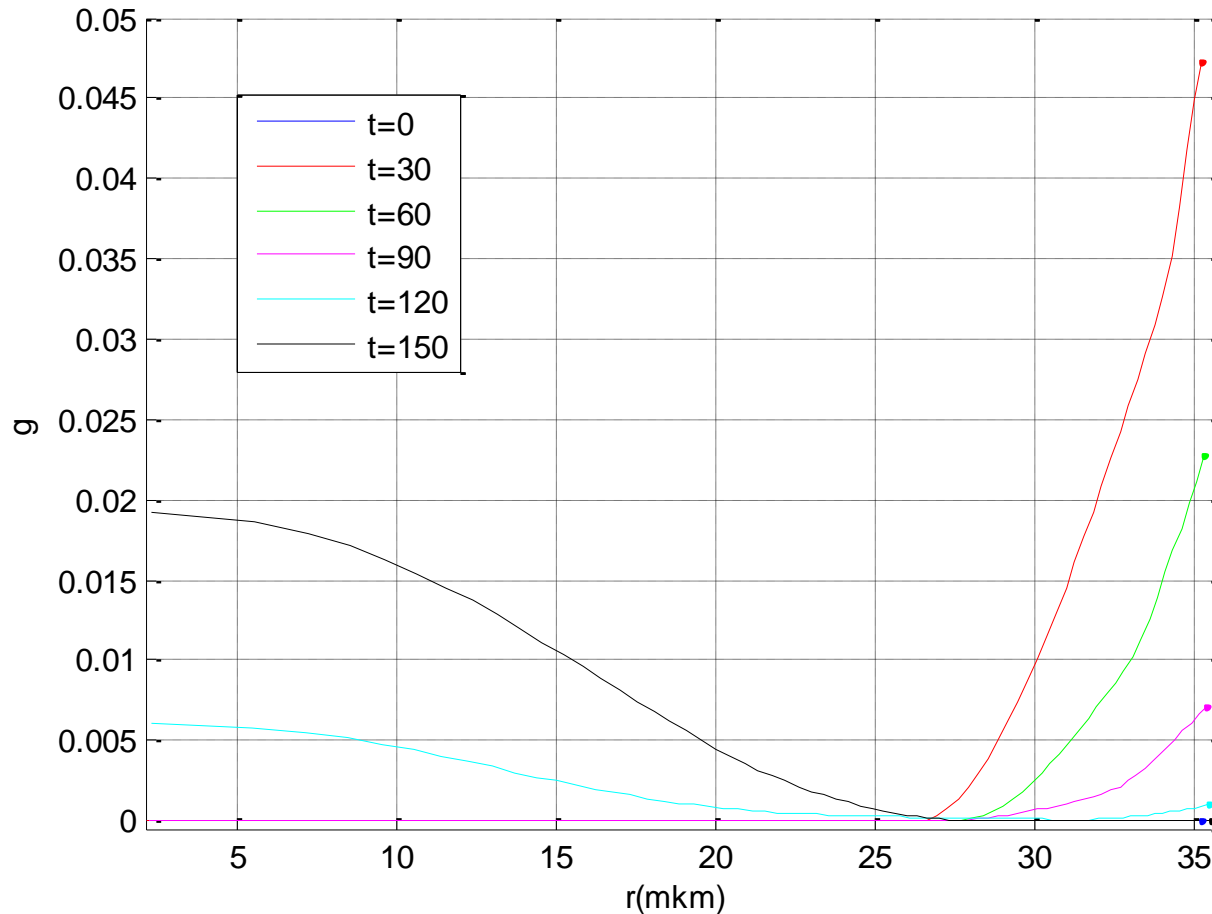
Радиус границ раздела сред в случаях разряда в воде и газе и форма сверхкритической области(*) для разряда в воде.



**область, в которой параметры среды превышают критические.*

Результаты расчетов: двухфазное состояние

Распределение объемной доли жидкости
в плазме металла в различные моменты времени
(задача о взрыве оболочки)



$[t] = ns$

$$\rho = g\rho_l(T) + (1 - g)\rho_v(T),$$

$$\varepsilon = g\varepsilon_l(T, \rho_l(T)) + (1 - g)\varepsilon_v(T, \rho_v(T)),$$

g – объемная доля жидкости в смеси.

$$\sigma = f\sigma_0;$$

$$f = a + \sqrt{a^2 + 0.5x};$$

$$a = 0.5[(1 - x)(1.5g - 0.5) + 0.5x];$$

$$x = \sigma_1/\sigma_0.$$

Был разработан программный комплекс для решения задач МГД, связанных с мощными электрическими разрядами. Созданный комплекс позволяет:

- Численно решать задачи МГД о сильноточных разрядах, инициированных ЭВП в различных конфигурациях
- Рассчитывать оптические, термодинамические и транспортные характеристики плазмы металлов
- Использовать для расчетов произвольные уравнения состояния и модели переноса
- Описывать эволюцию состояния вещества с учетом двухфазной среды (жидкость-пар)

Приложение. УРС воды (внутренняя энергия)

Холодная составляющая

$$\varepsilon_x = \Lambda \left[1 + \frac{n\delta^{\frac{m}{3}} - m\delta^{\frac{n}{3}}}{m - n} \right];$$

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_0};$$

$$\Lambda = 2.5 * 10^6 \text{ Дж/кг}$$

$$m = 15, \quad n = 0.5, \quad \rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$$

Тепловая составляющая

$$\varepsilon_T = \varepsilon_m + \varepsilon_{a,i,e}$$

$$\varepsilon_m = (1 - \beta) f_1(z) \frac{3R(T - 273)}{2\mu};$$

$$\varepsilon_{a,i,e} = 3\beta(1 + \alpha) \frac{3R(T - 273)}{2\mu}$$

$$z = l\tau\phi^K;$$

$$\phi = \frac{\rho}{\rho_k};$$

$$\tau = \frac{T - 273}{T_k};$$

$$l = 1.615,$$

$$K = 3,$$

$$\rho_k = 317.8 \text{ кг/м}^3$$

$$\mu = 18 \text{ кг/моль};$$

$$T_k = 347\text{K},$$

Диссоционная составляющая

$$\varepsilon_d = \beta u_d;$$

$$\beta = -\frac{C_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{C_1}{2}\right)^2 + C_1};$$

$$\frac{\beta^2}{1 - \beta} = \frac{A_1 \exp\left(-\frac{B_1}{T}\right)}{\rho T^{\frac{1}{2}}} = C_1;$$

$$A_1 = 10^7 \text{ кг} * K^{\frac{1}{2}} * \text{м}^{-3},$$

$$B_1 = 5 * 10^4 \text{ K}$$

$$u_d = 5.12 * 10^7 \text{ Дж/кг},$$

Ионизационная составляющая

$$\varepsilon_I = \alpha u_I;$$

$$\alpha = -\frac{C_2}{2} + \sqrt{\left(\frac{C_2}{2}\right)^2 + C_2};$$

$$\frac{\alpha^2}{1 - \alpha} = \frac{A_2 \exp\left(-\frac{B_2}{T}\right)}{\rho} T^{\frac{3}{2}} = C_2;$$

$$A_2 = 2.4 * 10^5 \text{ кг} * K^{-\frac{3}{2}} * \text{м}^{-3},$$

$$B_2 = 1.577 * 10^5 \text{ K}$$

$$u_I = 2.18 * 10^8 \text{ Дж/кг}.$$

Приложение. УРС воды (давление)

Холодная (упругая) составляющая

$$p_x = \Lambda \rho_0 \frac{mn}{3(m-n)} \left(\delta^{\frac{m}{3}+1} + \delta^{\frac{n}{3}+1} \right); \quad \delta = \frac{\rho}{\rho_0}; \quad \Lambda = 2.5 * 10^6 \text{ Дж/кг}$$

$m = 15, \quad n = 0.5, \quad \rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$

Тепловая составляющая

$$p_T = p_m + p_{a,i,e}; \quad f_2(z) = \frac{3\gamma + z}{3 + 4z}, \quad \gamma = 0.72$$

$$p_m = f_2(z) \rho \varepsilon_m;$$

$$p_{a,i,e} = \frac{2}{3} \rho \varepsilon_{a,i,e}$$