Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Кафедра прикладной математики

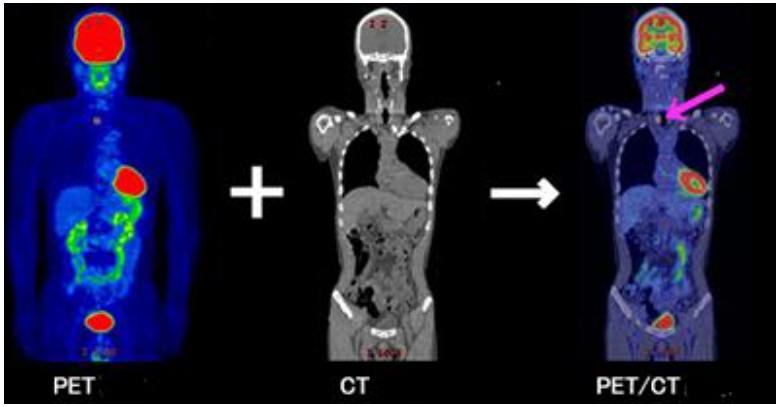
Алгоритмы восстановления изображения в позитронно-эмиссионной томографии с применением адаптивной сетки

Диссертация на соискание степени магистра
Руководитель: к.т.н., доц. И.В. Штурц
Выполнила: студент гр. 63601/2 Н.М. Алексеева

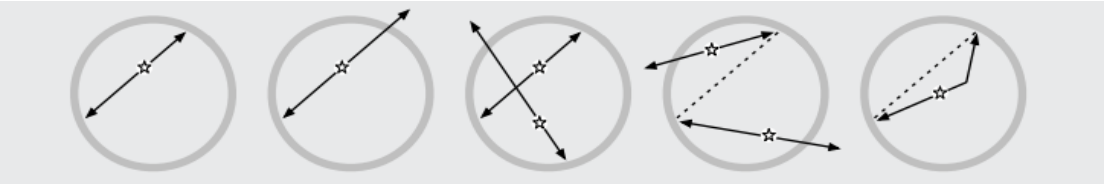
20.06.2017

PET диагностика

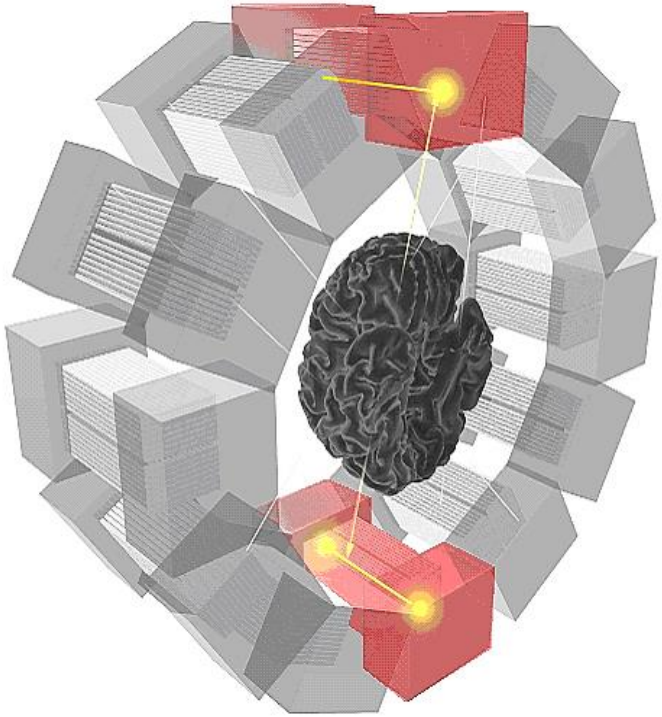
- Позитронно-эмиссионная томография (ПЭТ) – это метод неразрушающей диагностики внутренней структуры объекта
  - Регистрация эмиссии позитронов радиофармпрепаратом (РФП), содержащим радиоизотопы
  - РПФ накапливается в местах повышенной метаболической активности, в частности, в опухолях
- Вместе с КТ применяется в различных областях медицины
  - Онкология
  - Кардиология
  - Неврология
- ПЭТ является дорогостоящим методом диагностики
  - Затраты ресурсов
    - Стоимость аппаратуры и изотопов
  - Временные затраты
    - Время реконструкции в сотни раз больше, чем у КТ

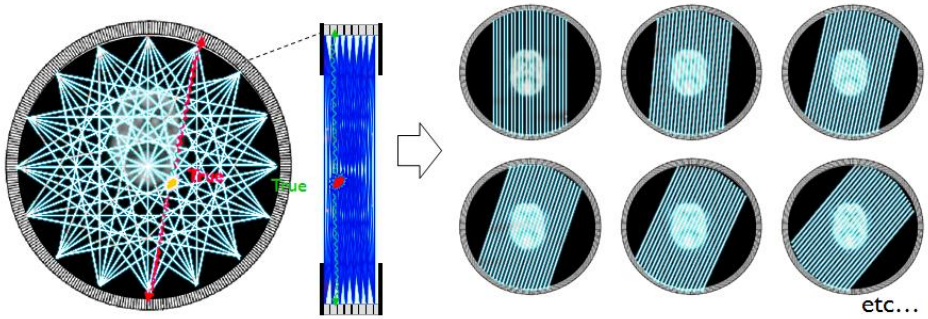


Аппаратура



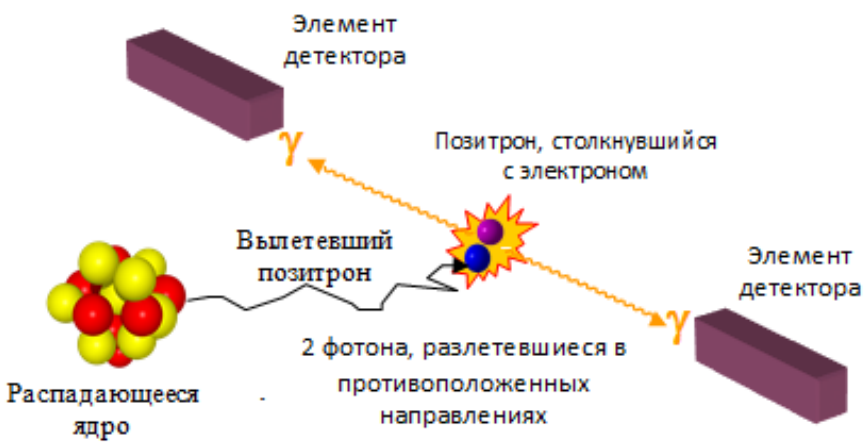
- Томограф PET
  - Детекторы
    - 24 модуля, расположенных цилиндрически
  - Каждый модуль – 4*5 ячеек
    - Несколько миллионов линий, соединяющих срабатывающие детекторы (прямая разлёта квантов)
- Регистрация пары гамма-квантов, возникающих при аннигиляции позитрона из РФП и электрона





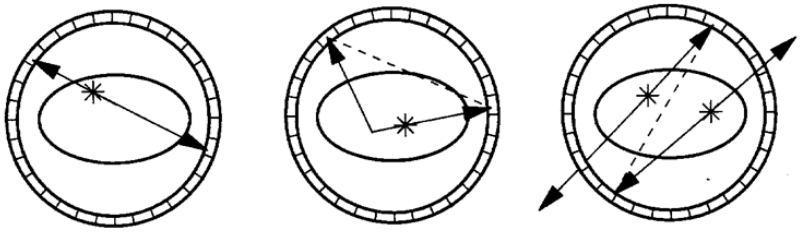
- В некоторых случаях группы близлежащих прямых разлёта квантов хранятся в одной средней линии
- Линии сгруппированы по проекциям
- Синограмма – матрица, хранящая все возможные линии

Обработка событий эмиссии позитронов



- Применение радиофармпрепоратов
  - Содержат изотоп, излучающий позитроны
    - F-18, N-13, Rb-82, O-15, C-11, Ga-68
  - Позитрон, преодолевая расстояние 1-3 мм встречает электрон
    - Реакция аннигиляции с образованием двух гамма-квантов
- Датчики томографа регистрируют одновременное попадание двух фотонов

- **Точное совпадение (True) -** это одновременное обнаружение двух фотонов, появившихся в результате одного и того же события
- **Разбросанное совпадение (Scatter) -** это когда один или оба фотона от одного позитрона в процессе полёта меняют траекторию и оба обнаруживаются
- **Случайное совпадение (Random) -** является одновременным обнаружением фотонов от разных событий



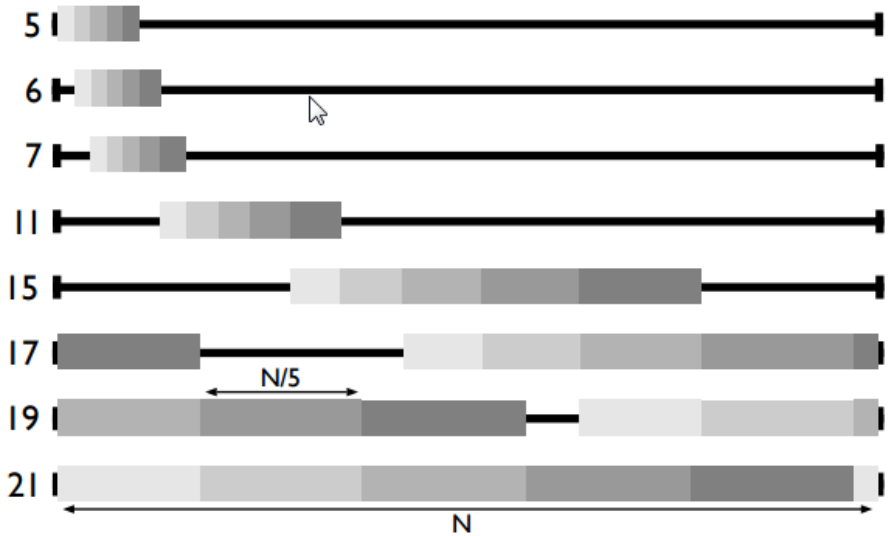
True Scatter Random

Обзор методов реконструкции

MLEM	OSEM	SWEM
Метод максимизации математического ожидания функции максимального правдоподобия	MLEM + Данные проекций сгруппированы в подмножества (разделены по углу), которые обновляются последовательно	Метод скользящего окна сокращает объём учитываемых в течение итерации данных
~ 50 итераций	~16 итераций	~16 итераций

- Данные
  - Читаются из списка, а не из синограммы
  - Хранятся в порядке регистрации = разреженное представление данных синограммы
    - Нет необходимости поддерживать 4-мерную синограмму
  - События разделяемы, из списка в подгруппы легко выбрать по времени/углу/случайно
  - (+) Число операций пропорционально числу зарегистрированных событий
  - (+) При малом количестве входных данных (порядка нескольких млн) представление данных списком более компактно

SWEM



- Разбиение данных обновления на страницы
  - Напротив строки – число отработанных страниц
  - N – число событий
- Предыдущее изображение обновляется, старые события удаляются

- Количественные эмиссионные изображения хорошо моделируется с помощью модели смеси

$$\boldsymbol{f(t) = \sum_{k=1}^{K} \pi_k p(t|k)}$$

- Параметры этой модели изображения гауссовской смеси это множество :

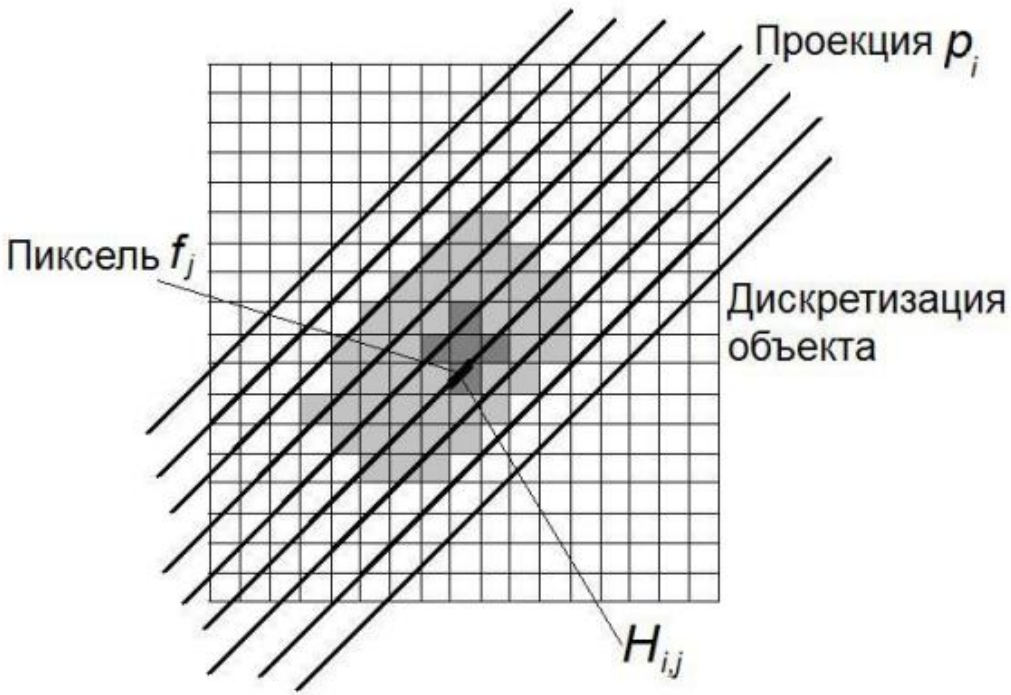
$$\{(\pi_1, \mu_1, \sum_1), \dots (\pi_k, \mu_k, \sum_k)\}$$
$$\in R \times \boldsymbol{R^d} \times \boldsymbol{R^{d \times d}}$$

- Из K троек $\pi_k, \mu_k, \sum_k$ – веса среднего значения и ковариационной матрицы для произвольно расположенного гладкого Гауссовского элемента изображения любого размера и ориентации .

MLEM vs. SWEM

MLEM алгоритм	SWEM алгоритм
Для каждого **компонента изображения** 1. Expection шаг: применяя данные **обо всех** событиях, оценить степень правдоподобия **одного конкретного** компонента изображения 2. Maximization шаг: **умножить один** компонент изображения на корректирующий фактор, улучшение функции правдоподобия	Для каждого **события выброса** 1. Expection шаг: применяя данные **об одном** событии выброса оценить степень правдоподобия **всех** компонентов изображения 2. Maximization шаг: **прибавить** корректирующий фактор **ко всем** компонентам изображения, улучшение функции правдоподобия

Метод максимального правдоподобия



$$L(f) = P(P = p|f) = \prod_{i=1}^{M} \frac{p_i^{p_i} \exp(-p_i)}{p_i!}$$

$$p_i = \sum_{i=1}^{N} H_{ij} f_j$$

p_i – среднее значение i-проекции;

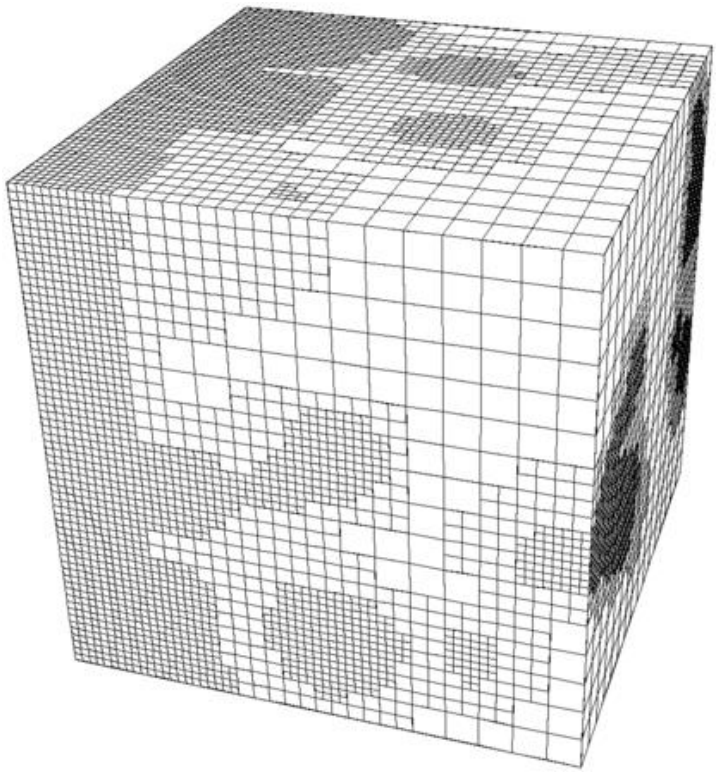
f_j – интенсивность в вокселе j

H_{ij} – вероятность того, что эмиссия из вокселя j детектируется в проекции i

Необходимо найти f максимизирующее L(f)

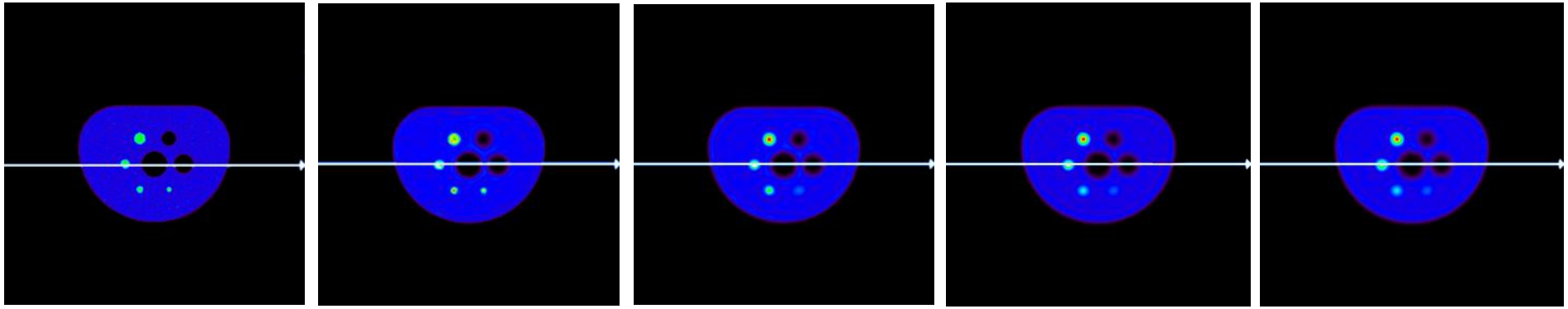
Адаптивная сетка

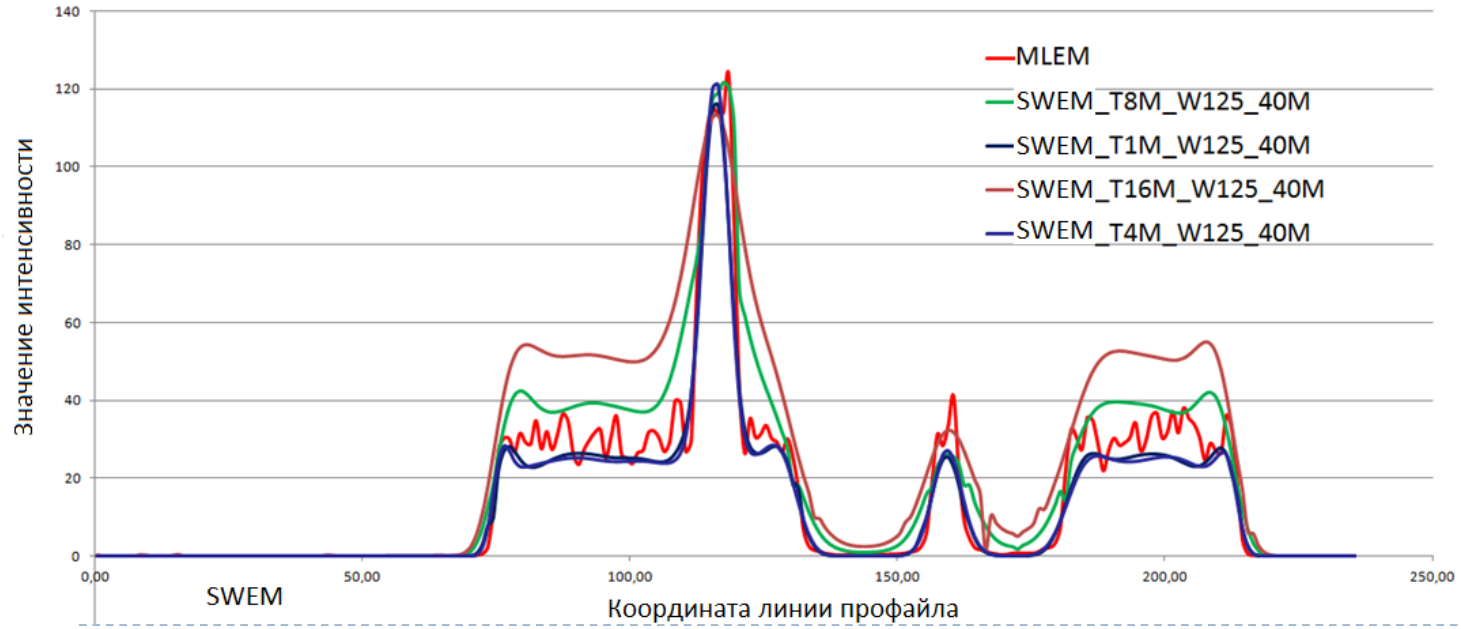
- Области объекта с наибольшей метаболической активностью должны быть представлены наиболее детально
- Компоненты с наибольшей эмиссионной интенсивностью должны быть разделены на меньшие элементы с меньшей интенсивностью
  - Назначается пороговый положительный вес *W*
    - Компонент делится на два новых, если его вес больше, чем *2W*
    - Два ближайших компонента сливаются, когда их суммарный вес не превышает значения *W/2*



Поиск наилучших параметров реконструкции

Voxel-Based MLEM | T = 1млн, W = 125 | T = 4млн, W = 125 | T = 8млн, W = 125 | T = 16млн, W = 125





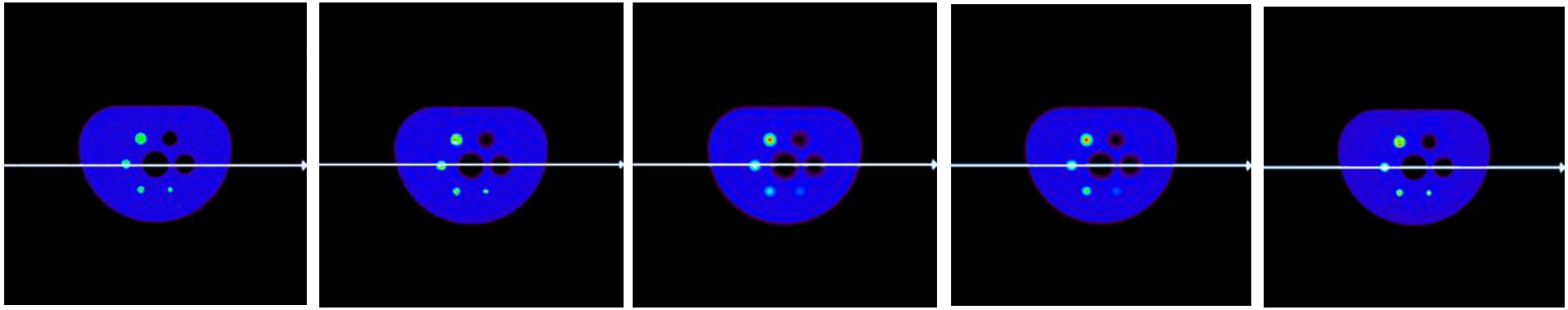
- 8 итераций
- Параметры реконструкции
  - Ширина скользящего окна

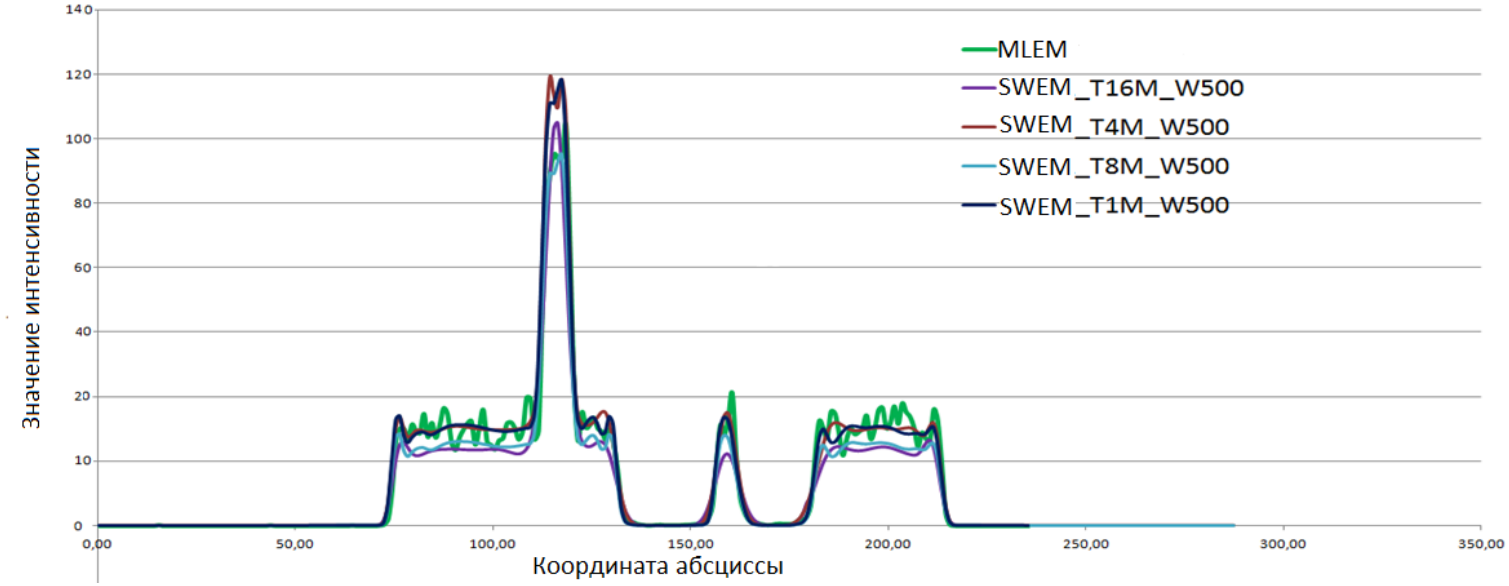
    T = 1млн,
  - Пороговый параметр адаптивной сетки

    W = 125

Поиск наилучших параметров реконструкции (2)

Voxel-Based MLE | T = 1млн,W = 500 | T = 4млн, W = 500 | T = 8млн,W = 500 | T = 16млн,W = 500





- 8 Итераций
- Параметры реконструкции
  - Ширина скользящего окна

    T = 1млн, 4млн
  - Пороговый параметр адаптивной сетки

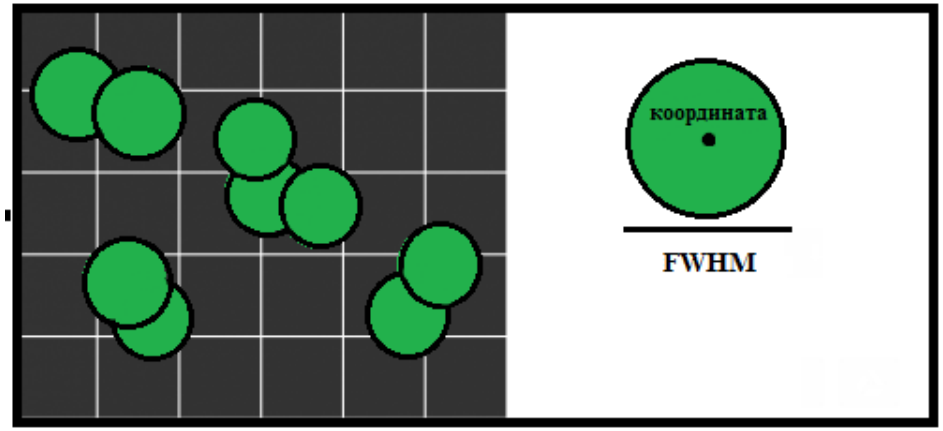
    W = 500

Оптимизация метода. Параллелизм

- Анализ метода
  - Список мест алгоритма, которые нуждаются в изменениях для ускорения процесса реконструкции
    - Считывание и событий из списка один раз до начала итераций

	Оригинальный алгоритм	Предложение
Хранение компонент модели изображения	**В одном** списке	**В нескольких** списках, которые обрабатываются параллельно и независимо
Обновление модели	Каждое события из входного листа обрабатывается **последовательно**, приводя к пересчёту всей модели	События вносят вклад в обновление нескольких разных моделей **одновременно**

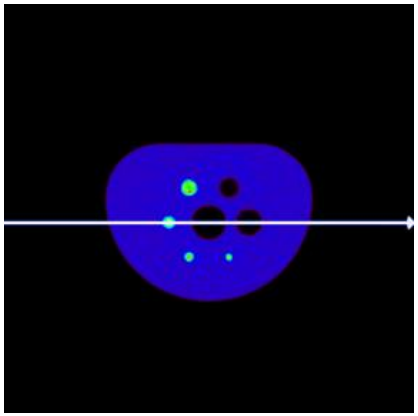
Анализ и Оптимизация метода. Новая последовательность обработки события



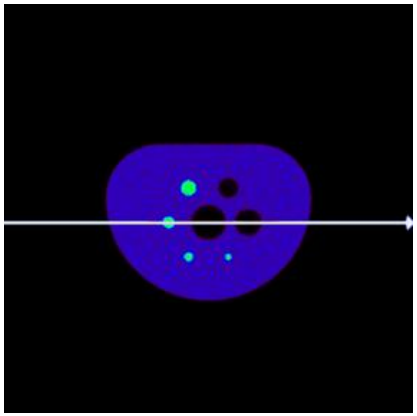
- Область реконструкции делится на N частей (объёмов) перед началом реконструкции
  - Каждый объём изначально содержит одну компоненту модели
- Инициализируется N списков, каждый из которых будет содержать события, относящиеся к соответствующему объёму.
  - Эти списки будут заполнены единожды перед началом реконструкции
  - Эти списки в течение реконструкции будут обрабатываться параллельно
  - Внутри каждого списка события будут обрабатываться последовательно как и в оригинальном алгоритме
- Чтение событий в списки
  - Предподготовка до начала реконструкции

Количественные результаты на фантоме NEMA

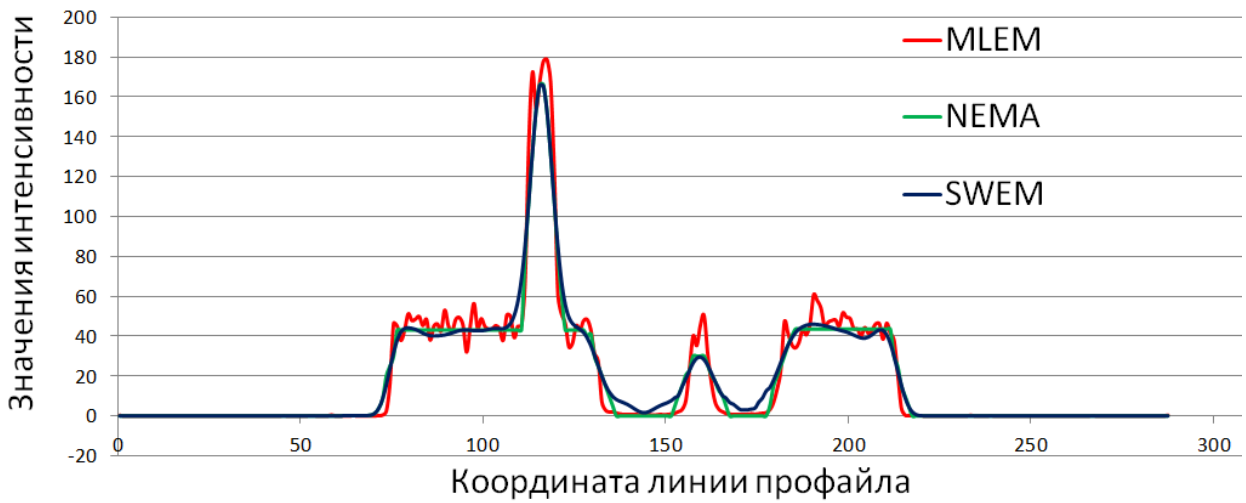
SWEM (8 итераций)



MLEM (50 итераций)



Profile line



- Реализованный метод SWEM сходится быстрее оригинального MLEM
- Изображение, восстановленное при помощи SWEM при той же точности является заметно менее зашумлённым

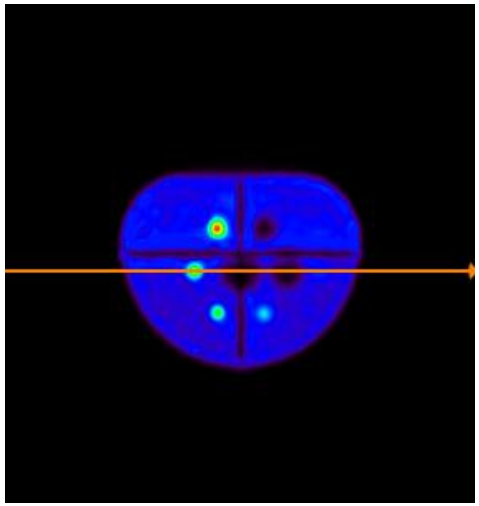
Заключение

- Реализована модификация SWEM стандартного применяемого метода реконструкции MLEM со следующими особенностями
  - Применение адаптивной сетки для построения изображений с контролируемым локальным разрешением
  - Поиск наилучших параметров реконструкции
    - Ширины скользящего окна
    - Порогового значения для разделения компонент в сетке
  - Ускорение реконструкции в 30 раз за счёт параллельной обработки областей реконструкции
- Совместно с Philips было проведено тестирование алгоритма на предоставленных ими данных

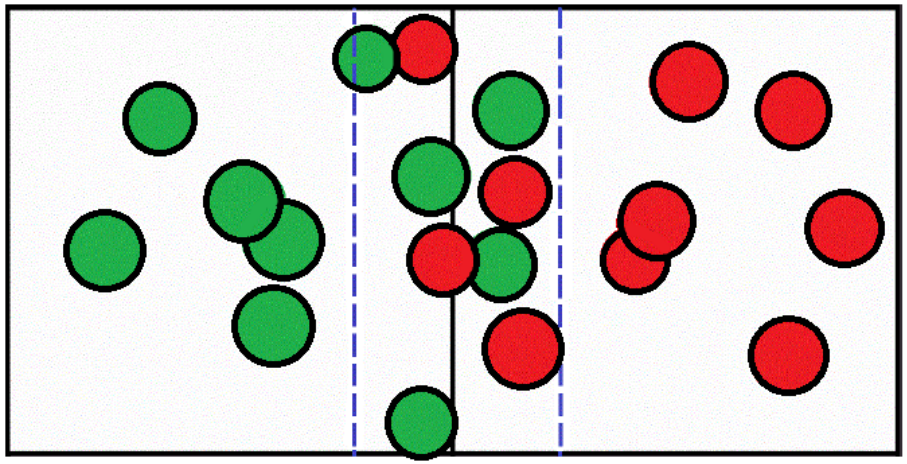
Дополнительная информация

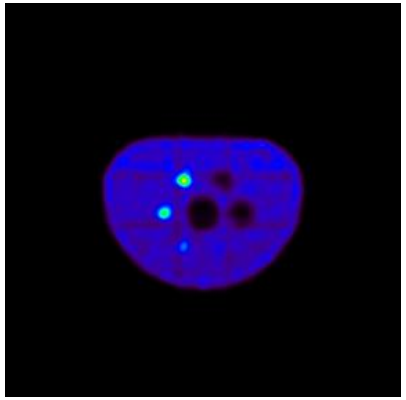
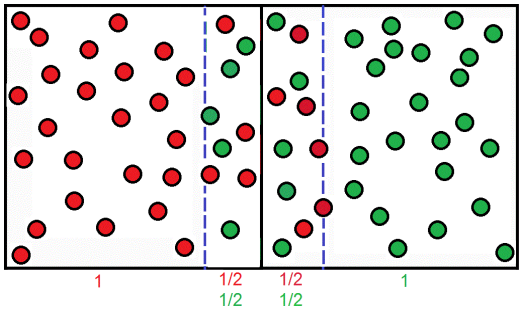
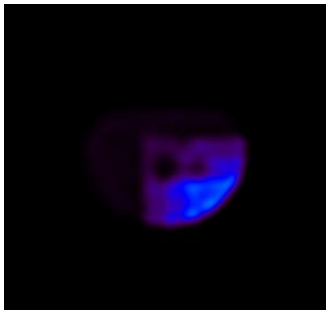
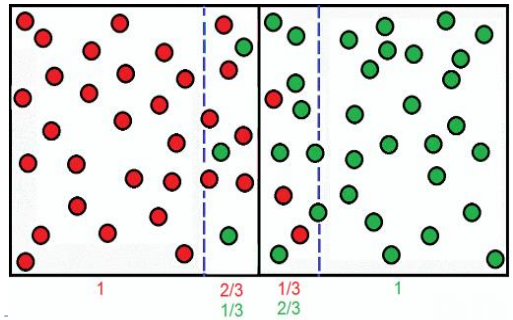
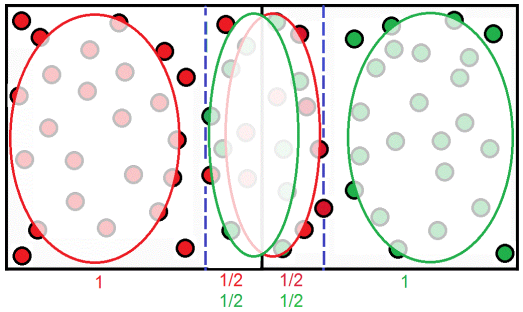
Коррекция артефактов

- Параллельная реализация метода привела к следующему артефакту изображения
  - На основе того, куда относилось событие и определялось, в каком объёме оно будет обрабатываться
  - Это приводило к формированию компонент модели неперекрывающихся и находящихся на расстоянии более чем в ширину события друг от друга.



- Способ решения
  - Произвольное перемешивание событий на границе
  - Красным помечены события попадающие в список обработки левого объёма, а зелёным те, что попадут в списки правого



Коррекция артефактов (2)

- Аретефакт стал менее явным и изменился
  - На основе отладочных данных были произведены следующие выводы
  - Из-за случайного распределения событий между областями формируется два множества событий на некотором отдалении друг от друга
  - Это, в свою очередь провоцирует появление двух крупных компонент модели, между которыми остаётся полоса без событий, видимая как артефакт на восстановленных изображениях
- Способ решения
  - При распределении граничных событий между списками учитывать, какому из объёмов они принадлежат и с большей вероятностью (66%) оставлять их в своём первоначальном объёме