Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Кафедра прикладной математики

Методика определения движения райзерной системы

диссертация на соискание степени магистра

Выполнил студент гр.63601/1 М.В.Стефанова

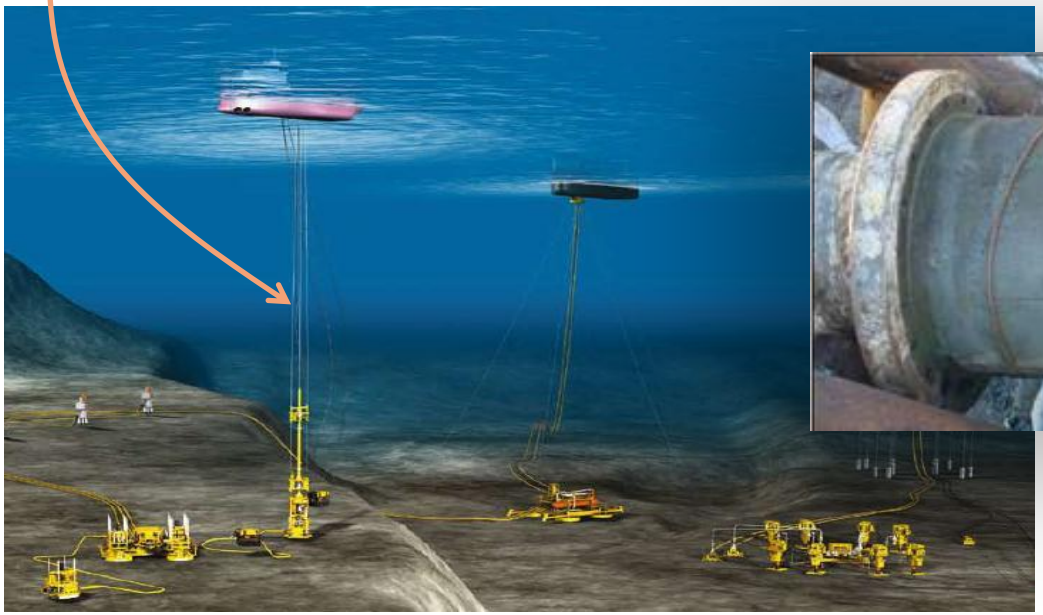
Руководитель, к.ф-м.н., доц. С.В.Лупуляк
Консультант, к.т.н. Е.Д.Викторов

Актуальность

- **Райзер**

(морская водоотделяющая колонна, морской стояк, marine riser)

- Представляет собой трубу большого диаметра, составленную из нескольких труб диаметром 400-500 мм
- Соединяет морскую буровую установку с подводным оборудованием, установленным на устье скважины



Разрушенные нити райзера из-за усталостных нагрузок

Цель

Разработка метода восстановления формы колебаний райзера и определения моментов по данным с небольшого количества датчиков

Задачи

- Выявление актуальных подходов к восстановлению формы;
- Выбор типов датчиков для мониторинга;
- Реализация алгоритма восстановления для конкретных типов датчиков;
- Сравнение реконструкции с результатами вычислений для конечно-элементной модели;
- Выработка рекомендаций по расположению датчиков.

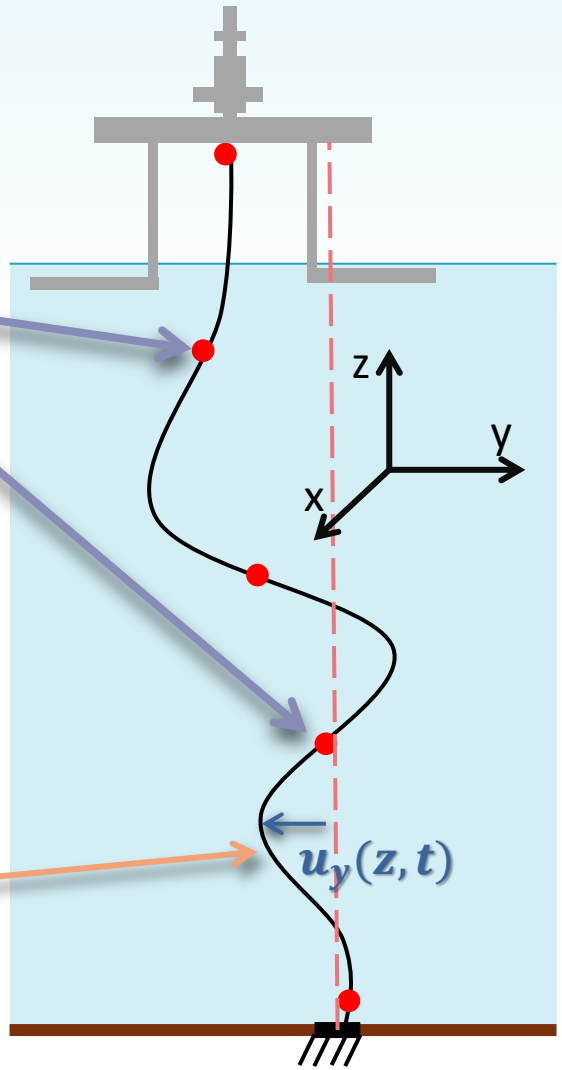
Постановка задачи

- **Датчики**
- Акселерометры: ускорения $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{t})$
- Инклинометры: наклоны $\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{t})$

  ($\boldsymbol{z}$ – глубина, $\boldsymbol{t}$ – время)

- **Применение метода восстановления**

- **В любой точке райзера вычислены:**
- Перемещения $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{t})$=$(u_x, u_y, u_z)$
- Моменты $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{t})$: M_x, M_y

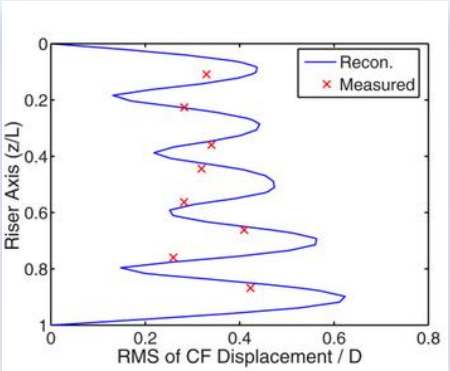


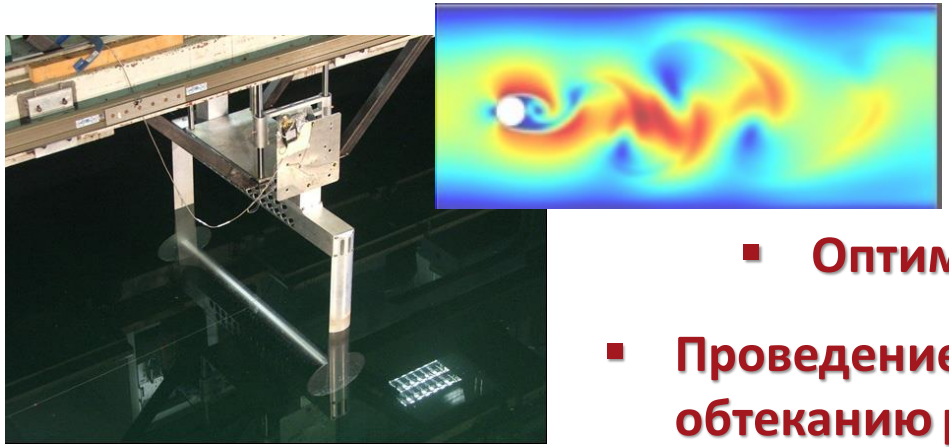
Существующие исследования

- **Методы восстановления**

Методы разложения формы райзера:

- по синусам и косинусам функции;
- по собственным формам.





- **Выявление вибраций райзера от схода вихрей**
- **Оптимизация расстановки сенсоров**
- **Проведение экспериментов по обтеканию райзера**

[1] Harish Mukundan, Vortex-Induces Vibrations of Marin Risers: Motion and Force Reconstructions from Field and Experiment Data, MIT, 2008;
[2] Karl E. Kaasen, Optimizing Sensor Locations for Identification of Riser VIV Modes, International Offshore and Polar Engineering Conference, 2001;
[3] Karl E. Kaasen, Norwegian Deepwater Program: Analysis of Vortex-Induced Vibrations of Marine Risers Based on Full-Scale Measurements, Offshore and Polar Engineering Conference, 2000;
[5] Michael Long Ge and all, A new riser fatigue monitoring methodology based on measured accelerations, Offshore and Arctic Engineering OMAE2014, 2014;
[6] Jason Dahl, Vortex-Induced Vibration of a Circular Cylinder with Combined In-line and Cross-flow Motion, MIT, 2008;
[7] Karl E. Kaasen, On identification of VIV modes from measurements, International Offshore and Polar Engineering Conference, 2002;

Метод разложения по синусам и косинусам

1. Разложение перемещений райзера по синусам и косинусам:

$$\mathbf{u}(z,t) \approx \boldsymbol{a_0}(t) + \sum_{n=1}^{N_m}\left[\boldsymbol{a_n}(t)\cos\left(\frac{n\pi}{L}z\right) + \boldsymbol{b_n}(t)\sin\left(\frac{n\pi}{L}z\right)\right] = \sum_{n=0}^{2N_m}\boldsymbol{w_n}(t)\varphi_n(z), \quad \mathbf{(1)}$$

Где

$\mathbf{u} = [\boldsymbol{u_x}, \boldsymbol{u_y}, \boldsymbol{u_z}]$ – вектор перемещений,

$\boldsymbol{W} = [\boldsymbol{w_n}] = [\boldsymbol{a_0}, \boldsymbol{a_1}, \boldsymbol{b_1}, \boldsymbol{a_2}, \dots]$ – вектор неизвестных,

$\boldsymbol{\varphi}(z) = [\varphi_n] = \left[1, \cos\left(\frac{\pi}{L}z\right), \sin\left(\frac{\pi}{L}z\right), \dots\right]$ – функции разложения.

[1] Harish Mukundan, Vortex-Induces Vibrations of Marin Risers: Motion and Force Reconstructions from Field and Experiment Data, MIT, 2008;

Метод разложения по синусам и косинусам

1. Разложение перемещений райзера по синусам и косинусам:

$$\mathbf{u}(z,t) \approx \boldsymbol{a_0}(t) + \sum_{n=1}^{N_m}\left[\boldsymbol{a_n}(t)\cos\left(\frac{n\pi}{L}z\right) + \boldsymbol{b_n}(t)\sin\left(\frac{n\pi}{L}z\right)\right] = \sum_{n=0}^{2N_m}\boldsymbol{w_n}(t)\varphi_n(z)\,, \qquad \mathbf{(1)}$$

2. Представление показаний датчиков $\mathbf{a}$ и $\boldsymbol{\theta}$ в виде ряда:

$$\mathbf{a}(z,t) = \mathbf{u}_{tt}\,(z,t) \approx \sum_{n=0}^{2N_m}\boldsymbol{w_{ttn}}(t)\varphi_n(z)\,,$$

$$\boldsymbol{\theta}(z,t) = \mathbf{u}_z(z,t) \approx \sum_{n=0}^{2N_m}\boldsymbol{w_n}(t)\varphi_{zn}(z) \qquad \mathbf{(2)}$$

3. Преобразование Фурье по времени t от (2):

$$\widehat{\mathbf{U}} = \widehat{\boldsymbol{W}}\Phi, \qquad \mathbf{(3)}$$

$$\widehat{\boldsymbol{U}} = [\widehat{\boldsymbol{a}}\ \widehat{\boldsymbol{\theta}}], \qquad \widehat{\boldsymbol{W}} = [-\omega^2\widehat{\boldsymbol{w_n}}\ \widehat{\boldsymbol{w_n}}], \qquad \boldsymbol{\Phi} = [\varphi_n\ \varphi_{zn}]$$

[1] Harish Mukundan, Vortex-Induces Vibrations of Marin Risers: Motion and Force Reconstructions from Field and Experiment Data, MIT, 2008;

Метод разложения по синусам и косинусам

1. Разложение перемещений райзера по синусам и косинусам:

$$\mathbf{u}(z,t) \approx \boldsymbol{a_0}(t) + \sum_{n=1}^{N_m}\left[\boldsymbol{a_n}(t)\cos\left(\frac{n\pi}{L}z\right) + \boldsymbol{b_n}(t)\sin\left(\frac{n\pi}{L}z\right)\right] = \sum_{n=0}^{2N_m}\boldsymbol{w_n}(t)\varphi_n(z)\,, \qquad \mathbf{(1)}$$

2. Представление показаний датчиков $\mathbf{a}$ и $\boldsymbol{\theta}$ в виде ряда:

$$\mathbf{a}(z,t) = \mathbf{u}_{tt}\,(z,t) \approx \sum_{n=0}^{2N_m}\boldsymbol{w_{ttn}}(t)\varphi_n(z)\,,$$

$$\boldsymbol{\theta}(z,t) = \mathbf{u}_z(z,t) \approx \sum_{n=0}^{2N_m}\boldsymbol{w_n}(t)\varphi_{zn}(z) \qquad \mathbf{(2)}$$

3. Преобразование Фурье по времени t от (2):

$$\widehat{\mathbf{U}} = \widehat{\boldsymbol{W}}\Phi, \qquad \mathbf{(3)}$$

4. Решение системы (3):

$$\widehat{\boldsymbol{W}} = (\Phi^*\Phi)^{-1}\Phi^*\widehat{\boldsymbol{U}}$$

5. Обратное преобразование Фурье по времени t :

$$\widehat{\boldsymbol{W}} \longrightarrow \boldsymbol{W}$$

[1] Harish Mukundan, Vortex-Induces Vibrations of Marin Risers: Motion and Force Reconstructions from Field and Experiment Data, MIT, 2008;

Метод разложения по собственным формам

1. Разложение перемещений райзера в ряд по собственным формам:

$$\mathbf{u}(z,t) \approx \sum_{n=0}^{P_m} \boldsymbol{w_n}(t)\mathrm{d}_n(z)\,,$$

Где

$\mathbf{u} = [\boldsymbol{u_x}, \boldsymbol{u_y}]$ – вектор перемещений,

d_n - собственные формы райзера

2. Представление показаний датчиков $\mathbf{a}$ и $\boldsymbol{\theta}$ в виде ряда
3. Преобразование Фурье по времени:

$$\widehat{\mathbf{U}} = \widehat{\boldsymbol{W}}\Phi,$$

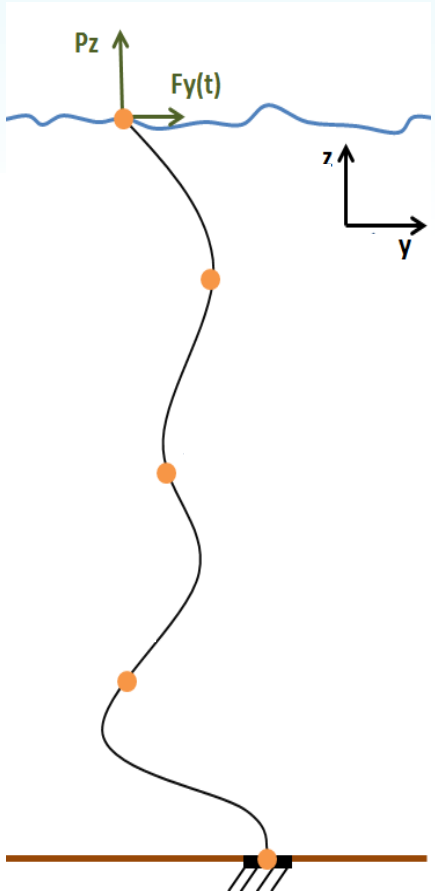
$$\widehat{\boldsymbol{U}} = [\widehat{\boldsymbol{a}}\ \ \widehat{\boldsymbol{\theta}}], \qquad \widehat{\boldsymbol{W}} = [\widehat{\boldsymbol{w_n}}\ \ \widehat{\boldsymbol{w_n}}], \qquad \boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} -\omega^2 d_n - g d_{nz} \\ -i\omega d_{nz} \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{gathered} \mathbf{a} = \ddot{x} - g\boldsymbol{\theta}, \\ \mathbf{a}, \boldsymbol{\theta} - \text{показания датчиков (ускорения и наклоны)}, \ddot{x} - \text{ускорения в} \\ \text{горизонтальной плоскости}, \boldsymbol{g} - \text{ускорение свободного падения} \end{gathered} \right)$$

4. Решение системы
5. Обратное преобразование Фурье по времени t

[2] Karl E. Kaasen, Norwegian Deepwater Program: Analysis of Vortex-Induced Vibrations of Marine Risers Based on Full-Scale Measurements, Offshore and Polar Engineering Conference, 2000;

Упрощенная модель райзера



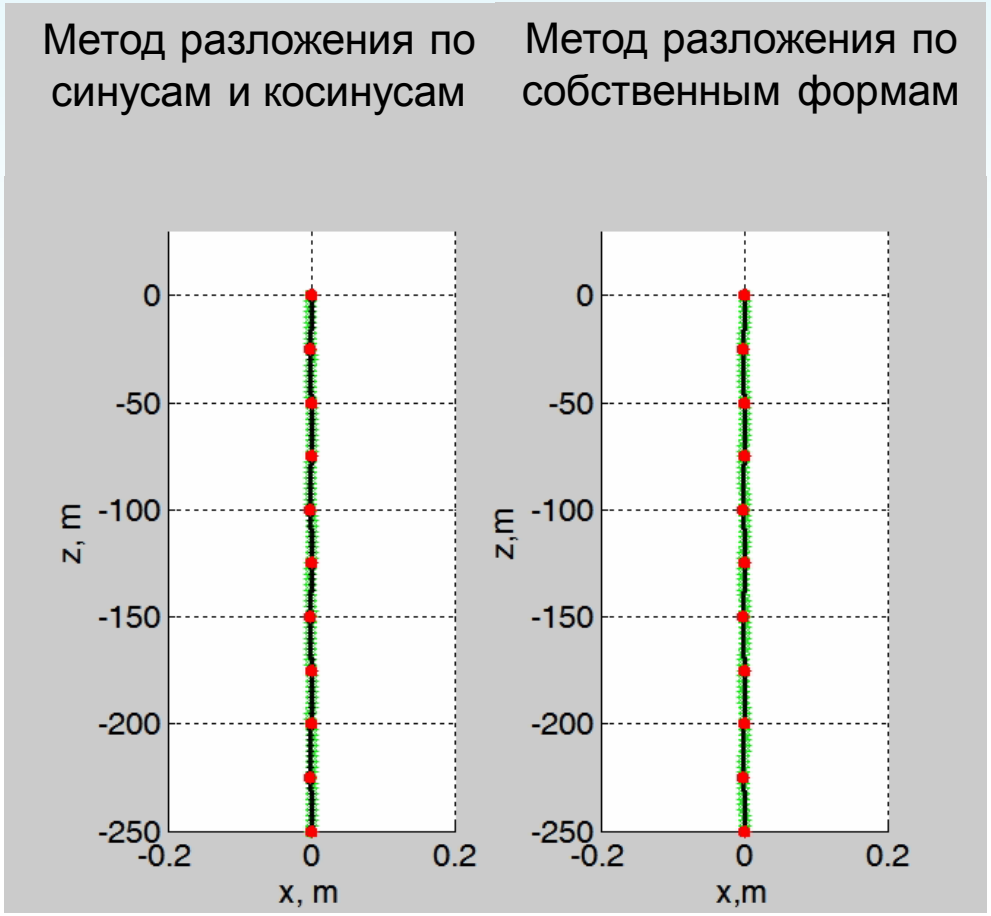
Параметры стержня

- Длина 250м
- Внешний диаметр 0.508м
- Внутренний диаметр 0.533м
- Модуль Юнга 2.07e+11 Н/м²
- Коэффициент Пуассона 0.3

- Силы, приложенные к верхнему концу:
  1. Натяжение $P_z = 310640$ Н;
  2. $F_x\,(t) = 1000 \cdot \sin(\pi t)$;
  3. $F_y\,(t) = 2000 \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{1.5}\right)$
- Нижний конец зафиксирован на перемещения и поворот
- Гравитация g м/с²

- Установлено 5 равноотстоящих датчиков

Результаты. Перемещения.

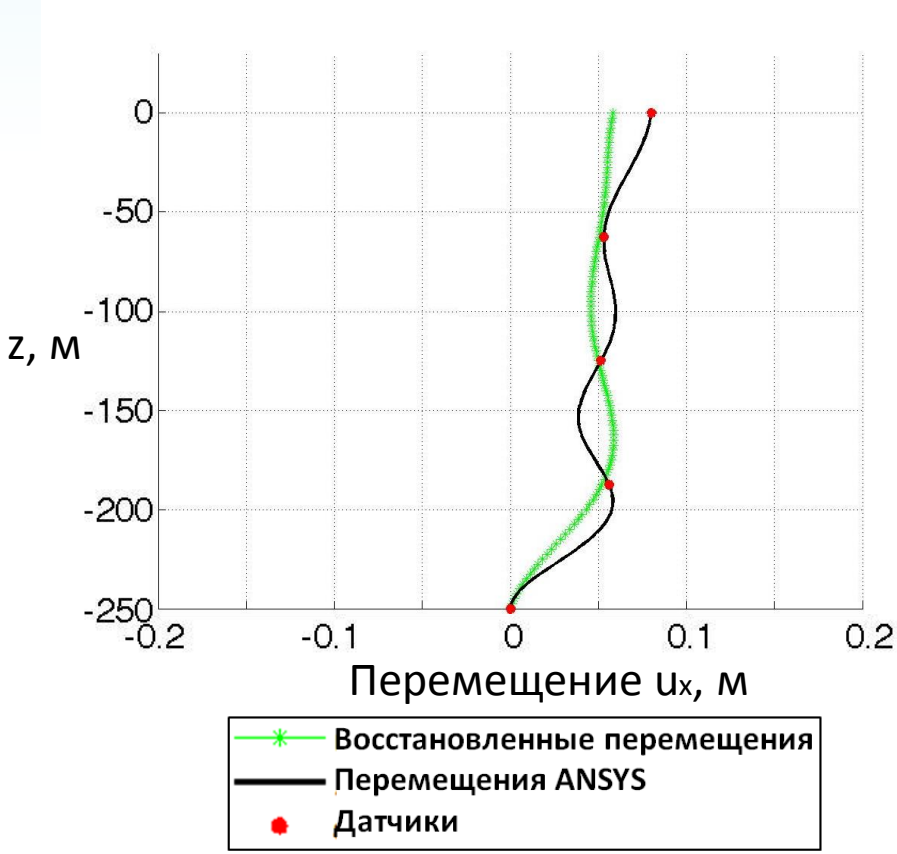


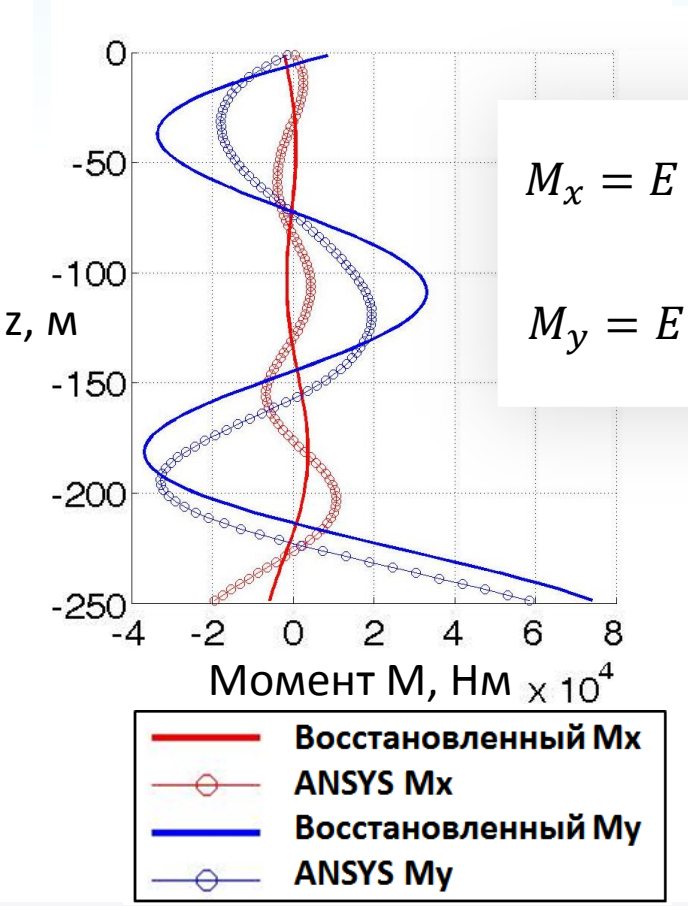
Восстановленные перемещения
Перемещения ANSYS
Датчики

Результаты. Перемещения и моменты.

- **Метод разложения по синусам и косинусам**

Установлено 5 равноотстоящих датчиков





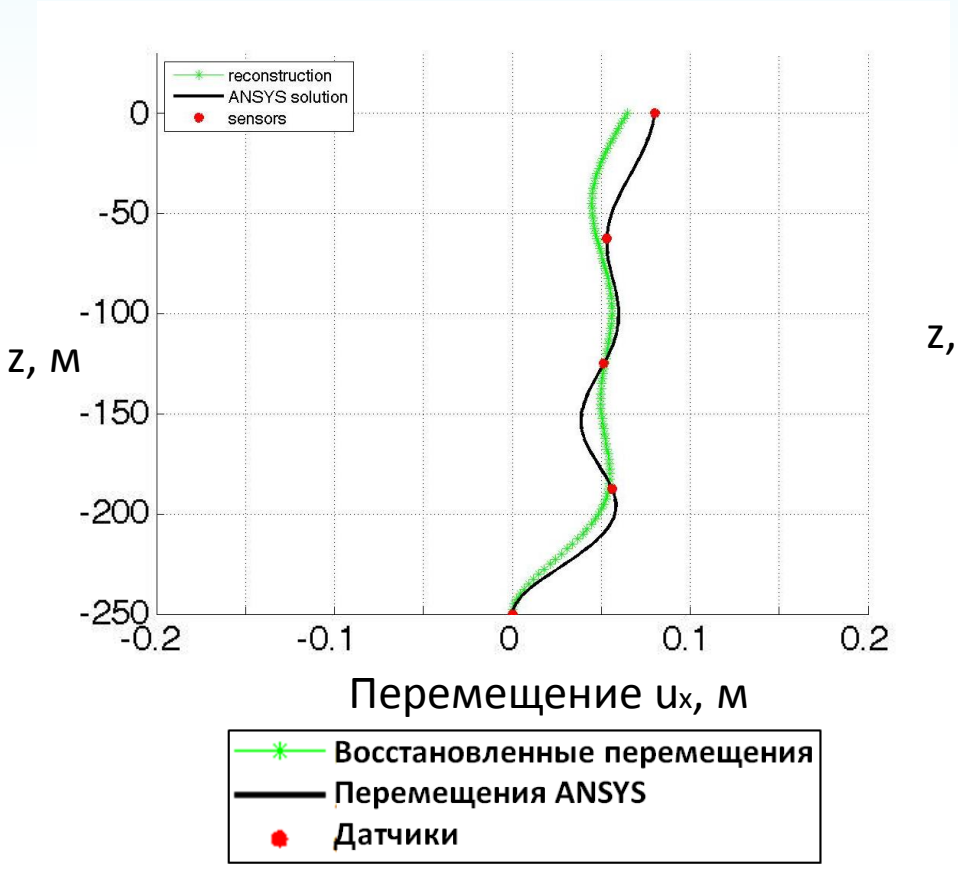
$$M_x = E \cdot I_{xx} \cdot \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}$$

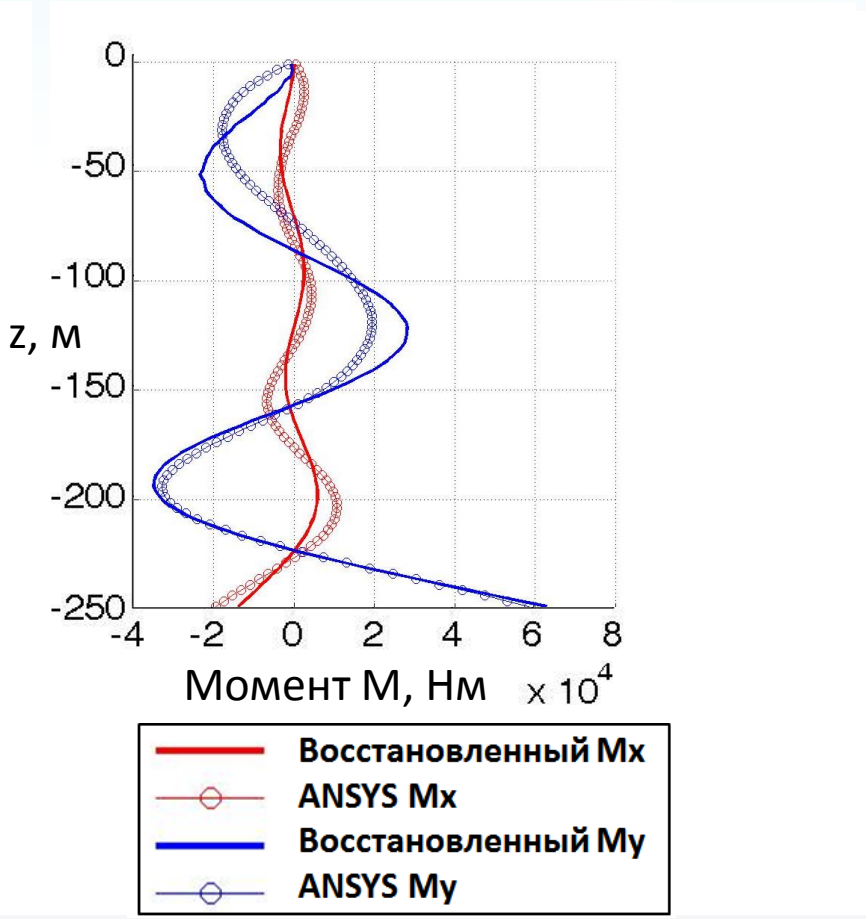
$$M_y = E \cdot I_{yy} \cdot \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}$$

Результаты. Перемещения и моменты.

- **Метод разложения по собственным формам**

Установлено 5 равноотстоящих датчиков





Промежуточные выводы

- **Методы разложения не обеспечивают достаточную точность при малом числе датчиков**
- **Необходима модификация методов или разработка нового подхода**

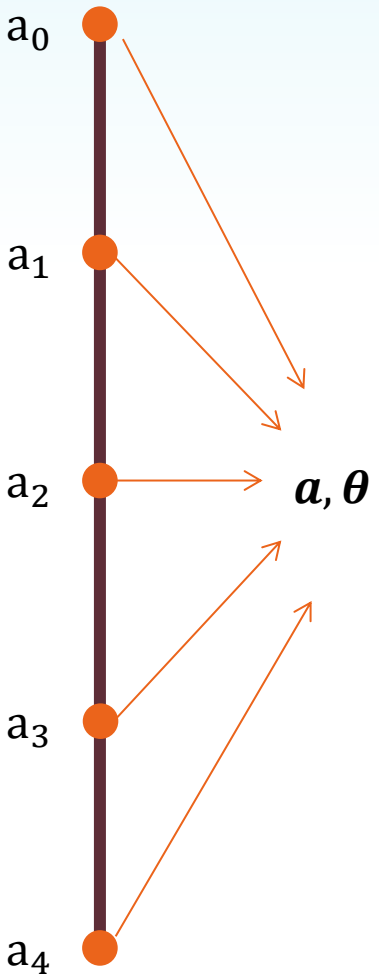
Метод восстановления по малому числу датчиков.

1. Интегрирование ускорений $\boldsymbol{a}$ по времени $\longrightarrow$ $\boldsymbol{u}$;
2. Решение серии подзадач на каждом временном шаге:

$$\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{I_{xx}} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\partial u_x}{\partial z}\right)^2\right]^{3/2}}\right) = \ ?$$

$$\boldsymbol{u_x}(\mathrm{a_i}) = u_x^i \qquad \frac{\partial \boldsymbol{u_x}}{\partial \boldsymbol{z}}(\mathrm{a_i}) = \theta_x^i$$

$$\boldsymbol{u_x}(\mathrm{a_{i+1}}) = u_x^{i+1} \qquad \frac{\partial \boldsymbol{u_x}}{\partial \boldsymbol{z}}(\mathrm{a_{i+1}}) = \theta_x^{i+1}$$



Метод восстановления по малому числу датчиков.

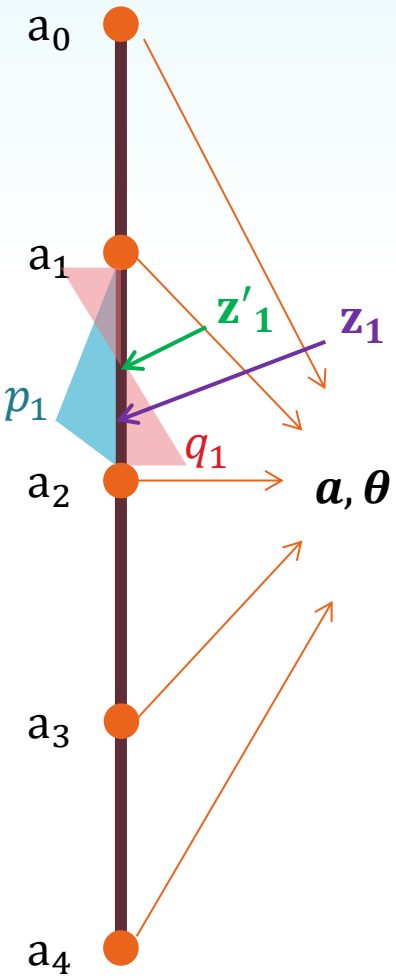
1. Интегрирование ускорений $\boldsymbol{a}$ по времени $\longrightarrow$ $\boldsymbol{u}$;
2. Решение серии подзадач на каждом временном шаге:

$$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{I_{xx}}\cdot\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\cdot\frac{1}{\left[1+\left(\frac{\partial u_x}{\partial z}\right)^2\right]^{3/2}}\right)=\boldsymbol{p(z)}+\boldsymbol{q(z)}$$

$$\boldsymbol{u_x}(\mathrm{a_i})=u_x^i \qquad \frac{\partial \boldsymbol{u_x}}{\partial \boldsymbol{z}}(\mathrm{a_i})=\theta_x^i \qquad M_x(\mathrm{a_i})=M_x(\mathrm{a_{i+1}})$$

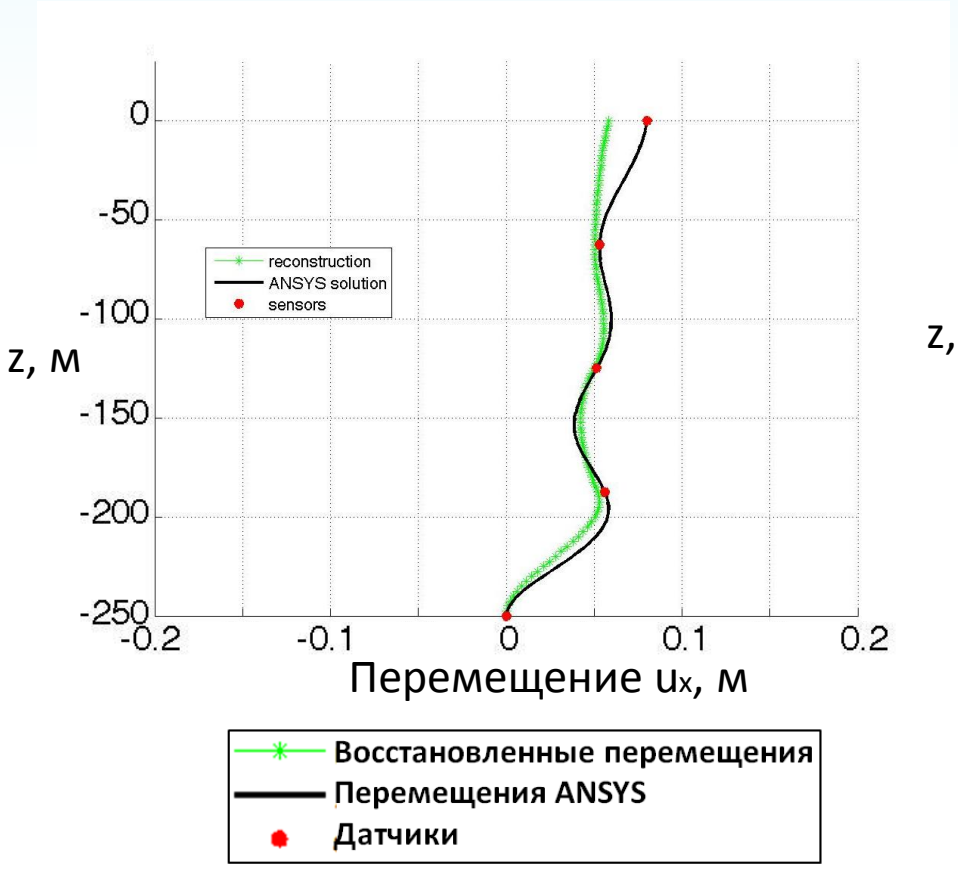
$$\boldsymbol{u_x}(\mathrm{a_{i+1}})=u_x^{i+1} \qquad \frac{\partial \boldsymbol{u_x}}{\partial \boldsymbol{z}}(\mathrm{a_{i+1}})=\theta_x^{i+1} \qquad Q_z(\mathrm{a_i})=Q_z(\mathrm{a_{i+1}})$$

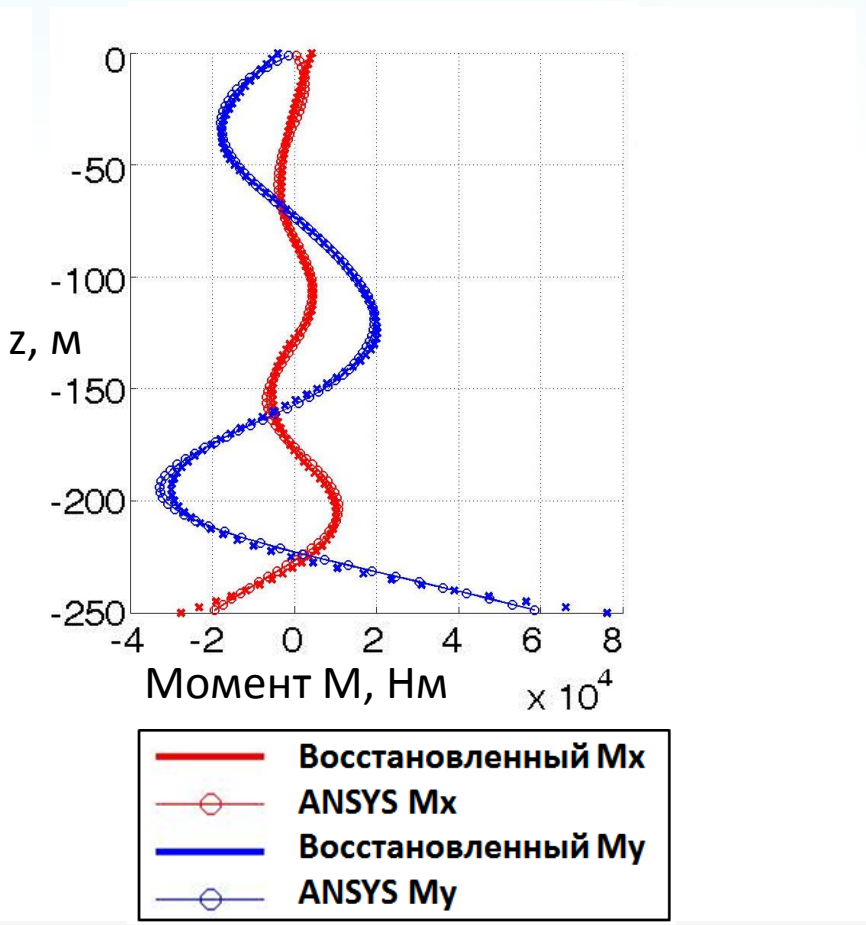
где $\boldsymbol{p(z)}=\begin{cases}\frac{\mathrm{p_i(z-a_i)}}{\mathrm{(z_i-a_i)}}, & z>z_i\\ \frac{\mathrm{p_i(z-a_{i+1})}}{\mathrm{(z_i-a_{i+1})}}, & z<z_i\end{cases}$, $\boldsymbol{q(z)}=\frac{\boldsymbol{q_i(z-z'_i)}}{\boldsymbol{z'_i}}$.



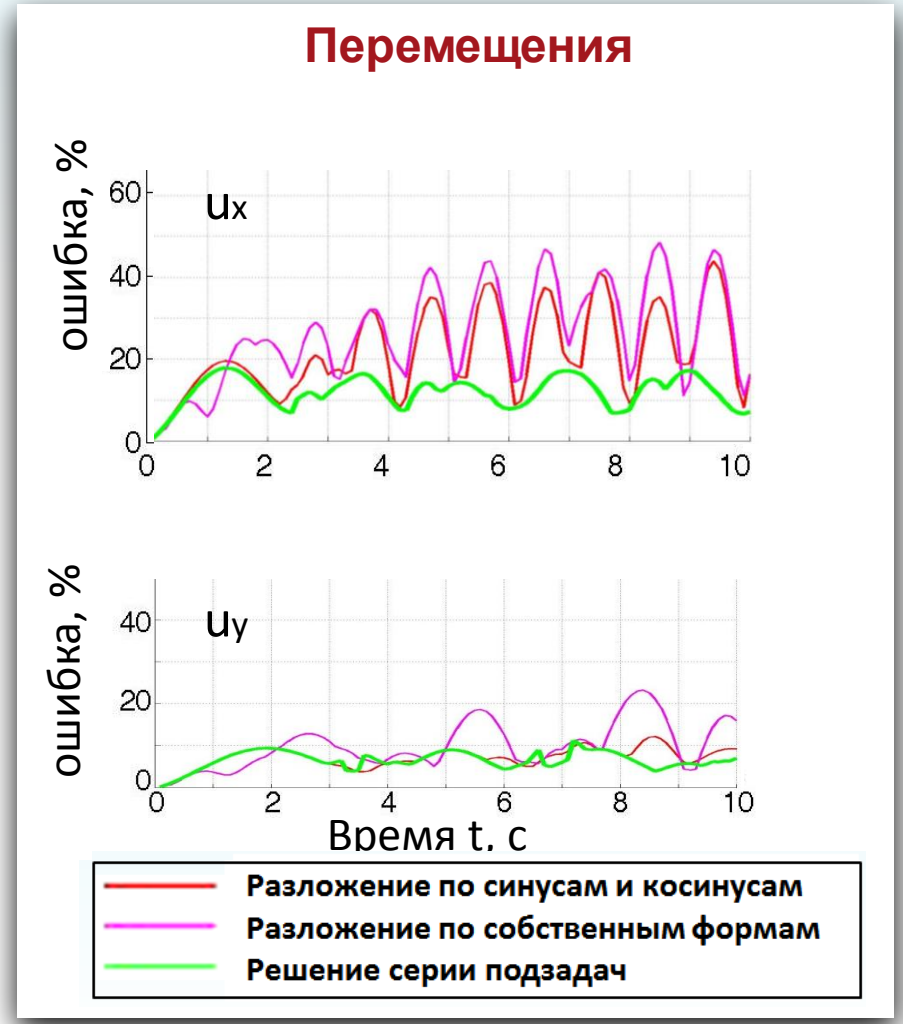
Результаты. Перемещения и моменты.

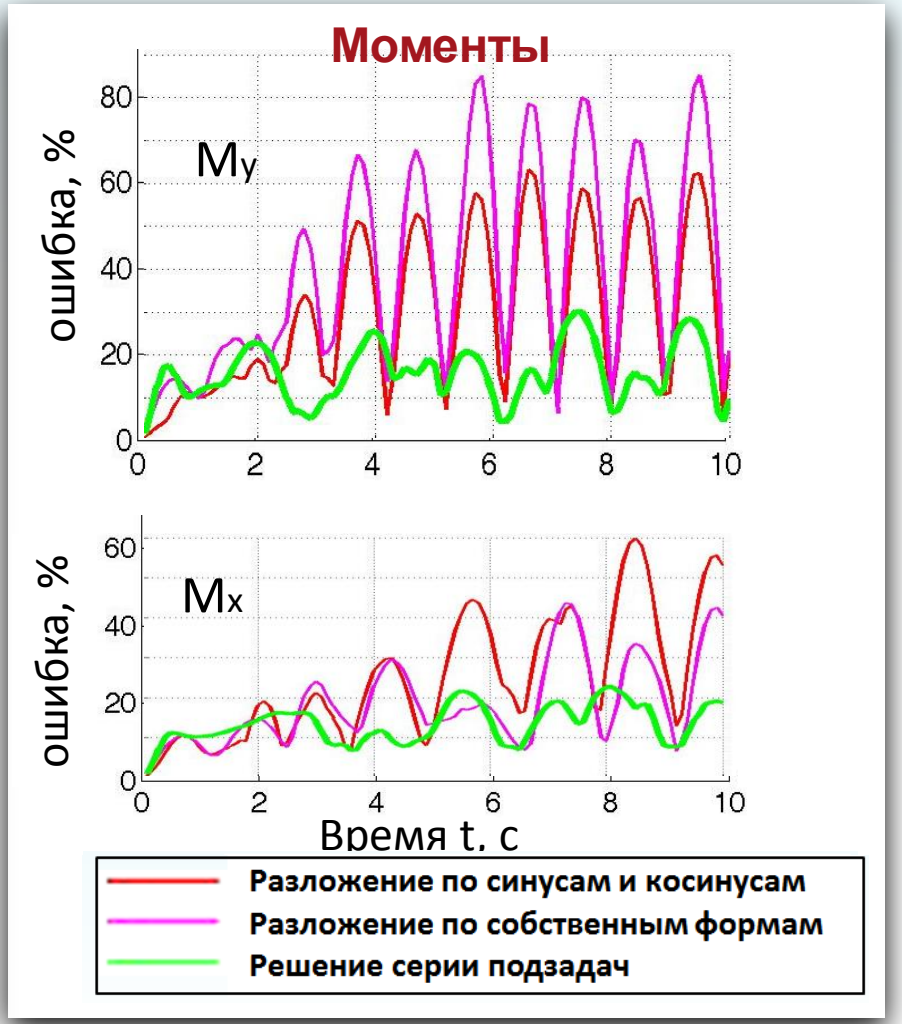
- **Метод решения серии подзадач**





Результаты. Относительная ошибка



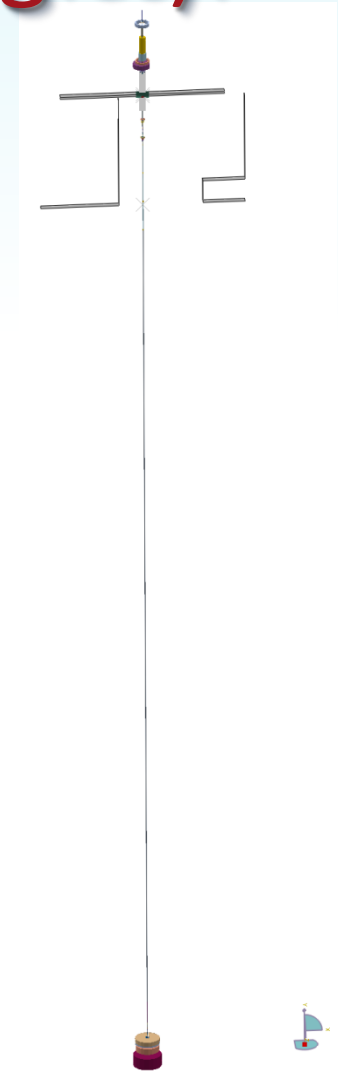


Модель реального райзера. Abaqus, 2D (разработана FMC Technologies).

- Длина 332.3м
- Внешний диаметр 0.168м
- Внутренний диаметр 0.136м
- Коэффициент Пуассона 0.3
- Модуль Юнга 2.00e+11 Н/м²

- Глубина 300m
- Амплитуда волн 4 м
- Частота волн 5 Гц
- Скорость течения 0.2-1.7 м/с

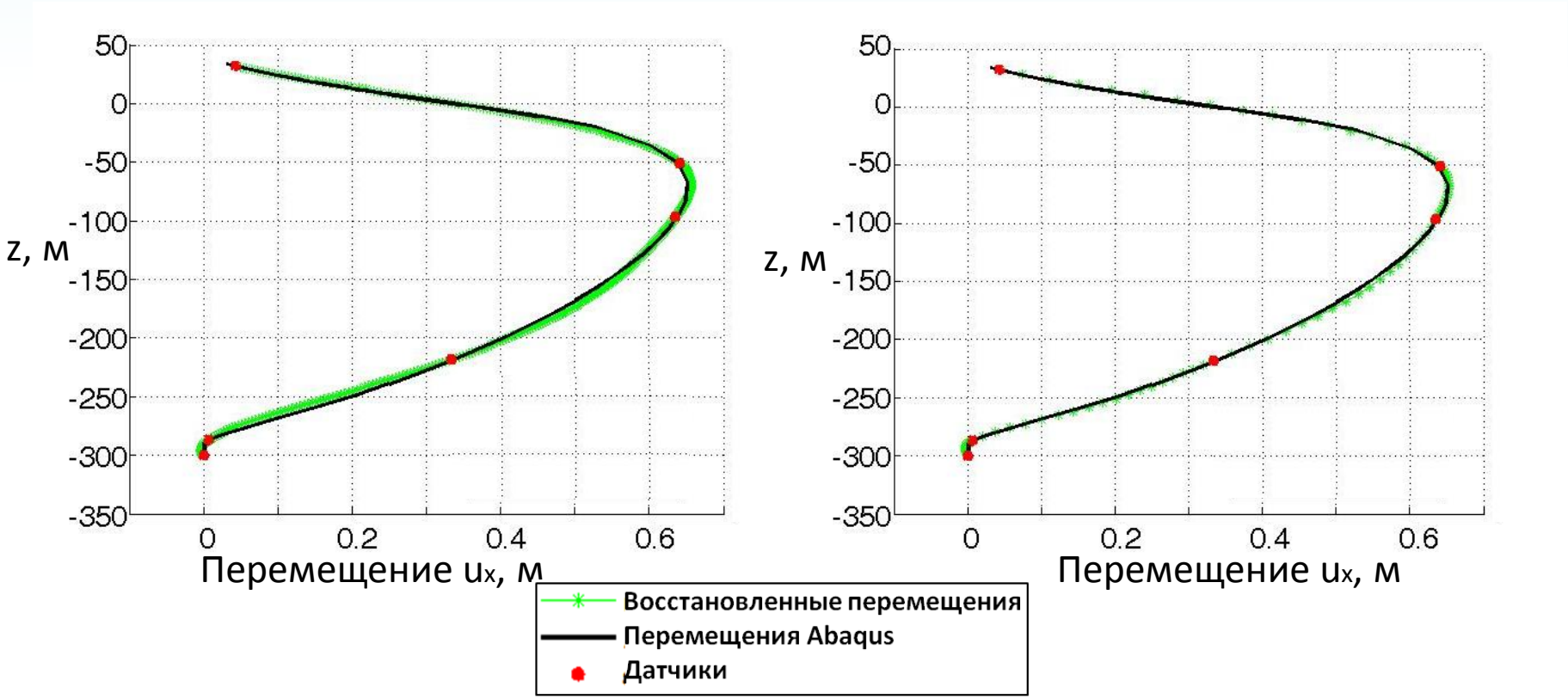
- Установлено 5+1 датчиков



Результаты. Перемещения.

Метод разложения по синусам и косинусам

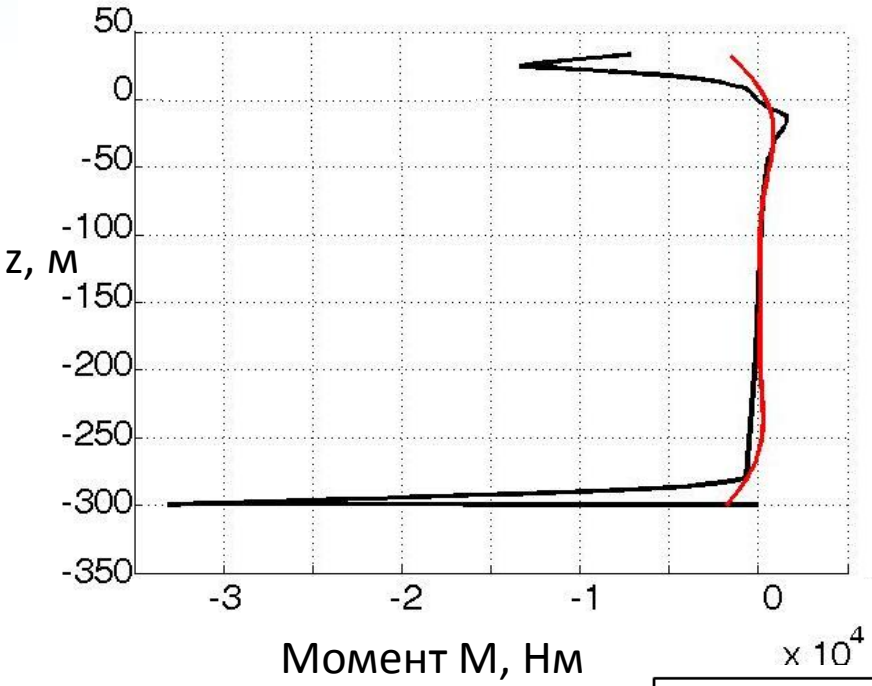
Метод решения серии подзадач

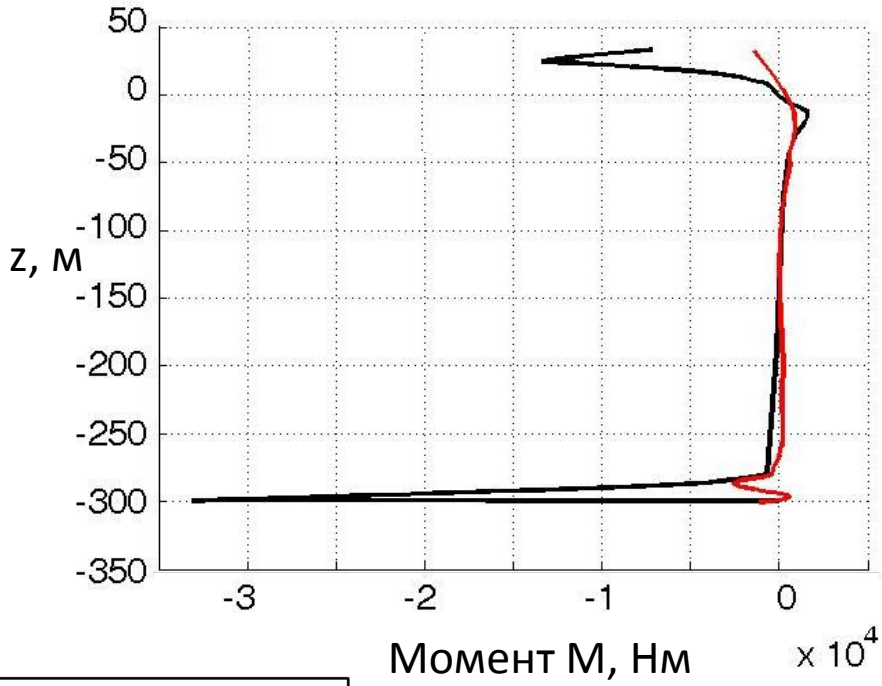


Результаты. Момент.

Метод разложения по синусам и косинусам

Метод решения серии подзадач

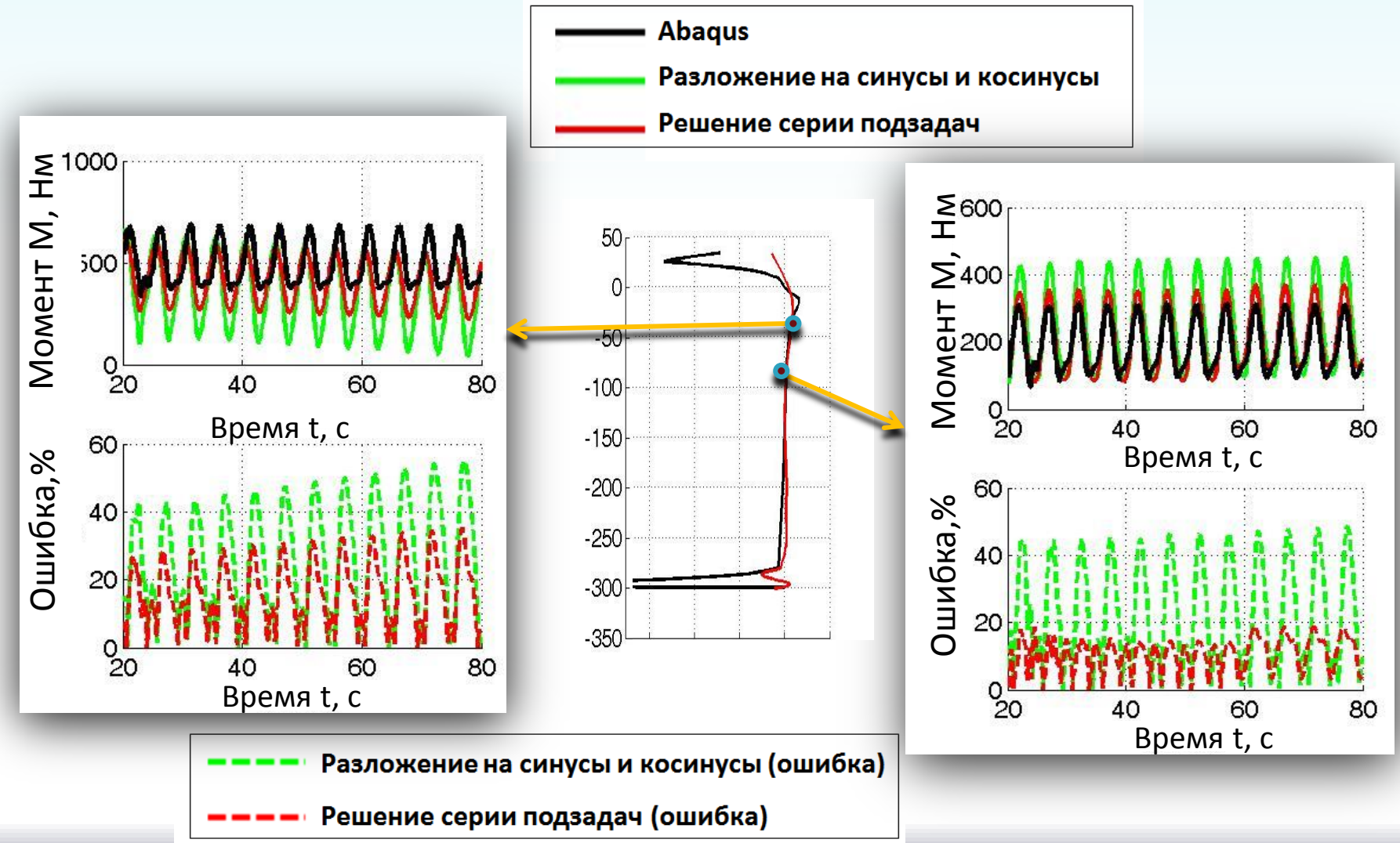




Восстановленный Mx

Abaqus Mx

Результаты. Зависимость момента от времени.



Заключение

- **Проведен сравнительный анализ методов восстановления;**
- **Разработан метод восстановления для малого числа датчиков.**

- Метод разложения по синусам и косинусам лучше восстанавливает перемещения, нежели метод разложения по собственным формам;
- Для упрощенной модели метод решения серии подзадач имеет относительную ошибку восстановления в несколько раз меньше, чем методы разложения;
- Для модели реального райзера методы восстанавливают перемещения с ошибкой не превышающей 5% и в центральной части райзера дают ошибку 20-40% для моментов.
- Для обеих моделей райзера метод решения серии подзадач показывает лучшие результаты по сравнению с методами разложения

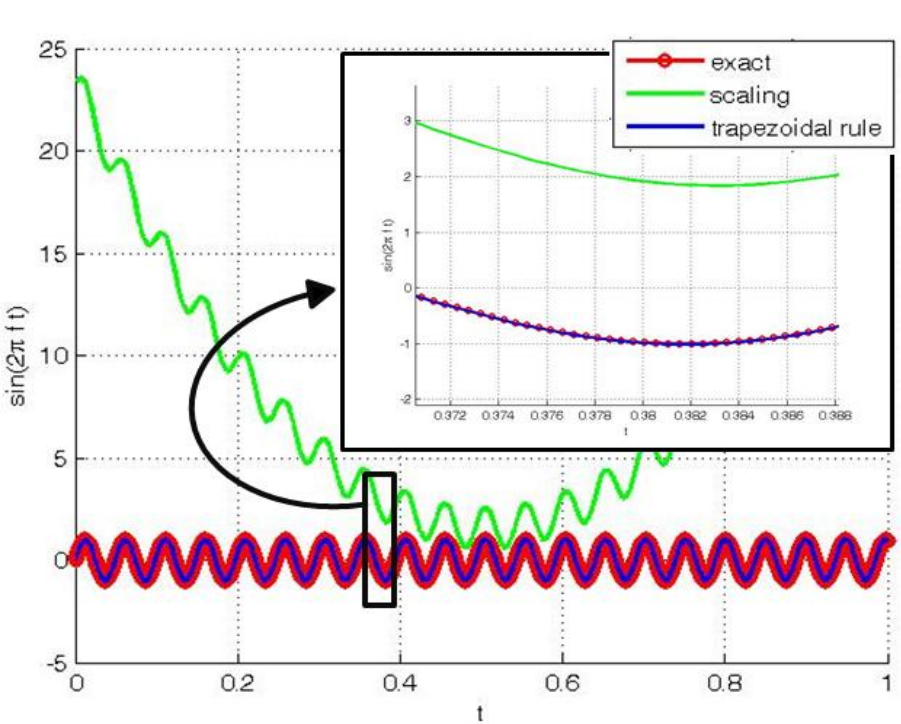
Апробация

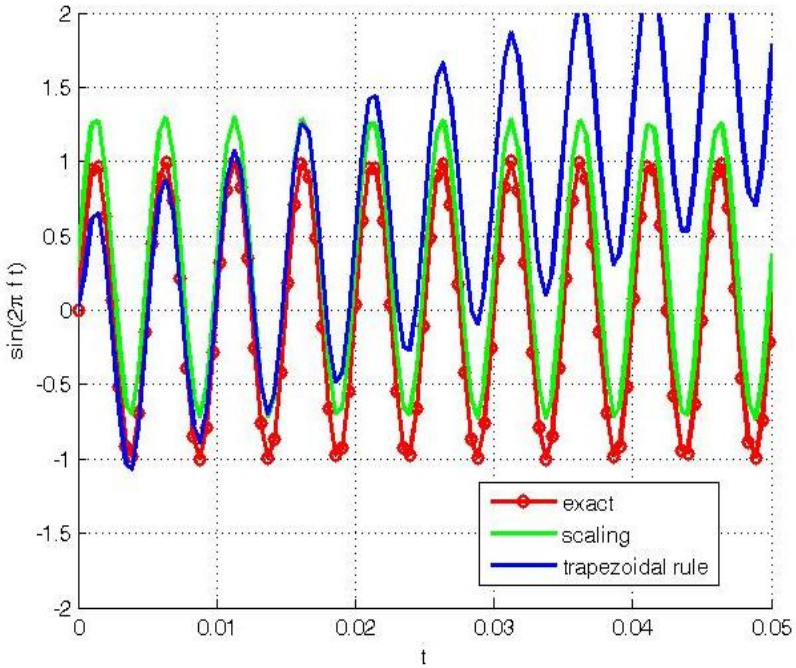
Работа была представлена на

- Семинаре лаборатории виртуально-имитационного моделирования, июнь 2016
- Семинаре в компании «FMC technologies», июнь 2016
- На конференции ECMI 2016,13-17 июня 2016, Сантьяго де Компостела, Испания

Спасибо за внимание

Ошибки интегрирования





[3] Han, S., Retrieving the Time History of Displacement from Measured Acceleration Signal, Journal of Mechanical Science and Technology, 17 (2) (2003) 197-206.
[4] Han, S., Measuring displacement signal with an accelerometer, Journal of Mechanical Science and Technology 24 (6) (2010) 1329~1335.